



TITLE:

飛砂・流砂における砂粒の流送機構に関する基礎的研究(  
Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

河田, 恵昭

---

CITATION:

河田, 恵昭. 飛砂・流砂における砂粒の流送機構に関する基礎的研究. 京都大学, 1976, 工学博士

ISSUE DATE:

1976-11-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k1804>

RIGHT:

工  
357 函

# 飛砂・流砂における砂粒の流送機構 に関する基礎的研究

昭和51年8月

河 田 惠 昭



# 飛砂・流砂における砂粒の流送機構 に関する基礎的研究

昭和51年8月

河 田 恵 昭





# 目 次

第1章 緒 論 .....	1
第2章 固定床における砂粒の運動機構に関する研究 .....	5
第1節 緒 言 .....	5
第2節 砂粒の運動形態 .....	7
第3節 砂粒の移動限界 .....	13
第4節 砂粒の saltation の機構 .....	26
第5節 結 語 .....	35
第3章 平衡状態における砂粒の流送機構に関する研究 .....	40
第1節 緒 言 .....	40
第2節 砂粒の運動形態 .....	41
第3節 砂粒の掃流機構に関する理論 .....	49
第4節 Saltation 層内の密度分布と流速分布 .....	53
第5節 飛砂・流砂量則の表示 .....	59
第6節 飛砂の移動限界と飛砂量に及ぼす含水比の影響 .....	72
第7節 結 語 .....	78
第4章 非平衡状態における砂粒の流送機構に関する研究 .....	83
第1節 緒 言 .....	83
第2節 基礎方程式の誘導 .....	84
第3節 非平衡状態における砂粒の流送特性 .....	89
第4節 飛砂による海浜変形への適用 .....	93
第5節 結 語 .....	100
第5章 砂面の不安定性と砂れんの発生限界に関する研究 .....	103
第1節 緒 言 .....	103
第2節 砂面の不安定性に関する理論 .....	104
第3節 砂面形態および河床形態の区分 .....	117
第4節 結 語 .....	122
第6章 結 論 .....	126



## 第1章 緒 論

水工学における砂粒の流送現象は、主として流砂、飛砂および漂砂として取扱われ、それらの流送機構の解明は、土砂水理学の基本的な研究課題となっており、従来より数多くの基礎的および応用的な研究がなされてきた。これらの流送現象のうち、流砂および飛砂は水流や風などの主として一方向流による流送過程であるが、漂砂は波および沿岸流による流送過程であって、波動による周期的運動に起因していることが特徴といえよう。

従来、飛砂および流砂の研究は海岸工学あるいは河川工学などのそれぞれの立場から研究されてきたが、1966年 Kadib<sup>1)</sup>によって Einstein<sup>2)</sup>の流砂量式への適用がはじめて試みられた。この研究は流れによる砂粒の運動機構に立脚せず、主として揚力係数の変化として流砂量式の修正を行うにとどまり、飛砂・流砂の統一理論の誘導に成功したものではなかった。しかし、飛砂および流砂における砂粒の流送機構は、流体の相違による影響を詳細に考慮すれば、同一の力学法則に従うものと考えられることから、できれば両現象における砂粒の流送機構の統一的表示が試みられるべきと思われる。一方、流体による固体粒子の流送現象は、前述した水工学上の問題のみならず、化学工学などにおいても古くから輸送現象 (transport phenomena) と名づけられ、すぐれた研究がなされてきたことは周知のとおりである。

著者は砂粒の流送形式のうち、主として掃流による流送過程をとりあげ、とくに飛砂および流砂の統一理論を展開することを目的として研究を進めてきた。周知のように、従来砂粒の流送機構のうち浮遊によるものは、主として流速変動による拡散現象として取扱われ、最近では計測法の飛躍の開発とあいまって、二相流としての理論展開が有効な成果を収めてきた。一方、掃流による流砂機構については、実験結果と若干の理論的検討に基づいた飛砂量および流砂量式の実用的な表示に主眼がおかれ、砂粒の運動機構との関係はあまり深く追求されていないように思われる。しかし、1942年の Einstein<sup>3)</sup>の流砂理論は、流れと砂粒の運動の確率特性を導入することによって巧みに流砂量則を誘導しており、その後提案されたほとんどの流砂量式はこの研究を基礎にしているといつてよいであろう。また、Kalinske<sup>4)</sup>あるいは芦田・道上<sup>5)</sup>のように掃流砂粒の運動を滑動 (あるいは転動) 過程とみなして流砂量式を導びいたものおよび河村<sup>6)</sup>や Owen<sup>7)</sup>のように砂粒の跳躍運動を単純化して解析し、飛砂量式を導びいたものがあるが、いずれも砂粒の運動機構と飛砂・流砂量則との統一的な解明に成功しているとはいえないように思われる。

このように、個々の現象に対してはかなり有効な研究が多いけれども、飛砂・流砂における砂粒の流送機構を力学的かつ統一的に解析しようとする試みが非常に少ないということは、むしろ奇異に感ずるが、この主たる原因としてはつぎのことが考えられよう。まず、掃流砂粒の運動は摩擦過程として力学的に記述され、砂粒に作用する摩擦力は一定でなく、さらに運動砂粒と床面の静止砂粒との交換現象が付随するという大きな特徴をもっているため、簡単かつ適切な力学モデルの選択が困難であることによっている。また、移動床では砂粒の運動、砂面形態および流体の運動の間に平衡関係が成立しているはずであるので、この事実を考慮して飛砂・流砂量則を誘導しなければならないが、前述したように砂粒の流送現象がきわ

めて複雑であるために、これに関するわれわれの知識が断片的なものにとどまっていることも原因しているように思われる。

本論文は、このような現状から、まず砂粒の saltation の機構を土屋らの理論に基づいて、その飛砂および流砂への適用性を詳細に検討したのち、砂粒の運動特性に基づいて二相流的な観点から運動量保存則の適用によって平衡状態における飛砂・流砂量則を誘導する。さらに流体・砂粒系の基礎方程式を導びき、その具体的な応用例として単純化された場合の非平衡飛砂・流砂量則および飛砂による海浜変形への適用を示す。つぎに、飛砂・流砂に伴う砂面の不安定性に関する新しい理論を展開して、河床形態および砂面形態の領域区分を試みるものであって、論文の概要を各章別に述べると、つぎのとおりである。

第1章 緒論では、土砂水理学上の基本課題として、飛砂および流砂理論の統一化の重要性を指摘し、著者の研究の立場を述べる。

第2章 固定床における砂粒の運動機構に関する研究では、飛砂に関して単一砂粒の移動限界とその運動機構を実験的に検討し、掃流砂粒と床面砂粒との衝突機構を中心とした土屋らによる砂粒の saltation の理論との比較から、その適用性を確認して、単一砂粒の運動機構を明らかにしようとするものである。すなわち、第2節では、風洞を用いて、飛砂による単一砂粒の saltation の詳細な実験を実施して砂粒の運動形態とその力学的特性を明らかにし、すでに報告されている水流による saltation の場合との比較検討から、飛砂および流砂における砂粒の運動特性を考察する。第3節では、飛砂における砂粒の移動限界に関する詳細な実験を行い、流砂の限界掃流力との関係において、両者の力学的な機構を主として実験的に考察する。第4節では、飛砂における砂粒の saltation の実験を実施するとともに、Rossinskiy ら<sup>8)</sup>の水流による saltation に関する実験結果を用いて、土屋ら<sup>9), 10)</sup>による理論との詳細な比較検討を行い、この理論の飛砂および流砂における適用性を明らかにする。

第3章 平衡状態における砂粒の流送機構に関する研究は、移動床上で集団として運動する掃流砂粒の流送機構の解明と平衡状態における飛砂・流砂量則の確立を意図したものであって、つぎの各節から構成されている。すなわち、第2節では、飛砂における移動床上の砂粒の saltation の行験を行い、これから飛砂および流砂現象の相違性と類似性に着目して、砂粒が集団として移動する過程における種々の運動形態とそれら現象の相互関係を詳細に検討する。第3節では、多数個の運動砂粒からなる saltation 層内の砂粒の掃流機構を明らかにするために、まず、移動床における運動砂粒と床面の静止砂粒との衝突に関して砂粒の見かけの反発係数を検討し、またエネルギー的な観点から、砂粒の運動の配分則を誘導し、砂粒の平均飛高および飛距離とその分布特性について考察する。第4節では、saltation 層における砂粒の密度分布を、河村<sup>6)</sup>による方法を用いて理論的に求め、さらに上昇あるいは下降砂粒の運動量の差に帰因する付加応力を考慮した運動量輸送理論に基づいて流速分布の理論式を誘導し、従来の実験結果と比較検討する。第5節では、砂粒と流体を含む二相流に運動量保存則を適用して、plane bedを対象とした飛砂・流砂量則を誘導する。さらに、これまでの飛砂量の実験値が各実験者によって大きく相違するので、新しく考案した測定方法によって、正確な飛砂量を測定して、飛砂・流砂量則の妥当性を検討するとともに、有効掃流力の考察から河床波のある場合への適用性を明らかにする。第6節では、飛砂の発生が降雨時あるいはその前後に多く、飛砂量に及ぼす含水比の影響が大きいことから、砂粒の限界掃流力が砂粒間に作

用する表面張力のために大きくなることに着目して、湿潤砂の限界掃流力と飛砂量則を導びき、従来の実験結果との比較からその適合性を考察する。

第4章 非平衡状態における砂粒の流送機構に関する研究は、飛砂・流砂による砂れんの発生など、本質的に砂粒の輸送量の非平衡性に帰因する現象を考察するためには、非平衡状態における飛砂・流砂量則を誘導することが必須の課題であることから、つぎのような研究を実施する。すなわち、第2節では、流体・砂粒系の二相流に運動量保存則を適用し、第3章で示す平衡状態の場合に成立する砂粒の運動に関する力学的関係が局所的に非平衡状態の場合にも成立し、かつ流体と砂粒の運動は弱干渉の関係にあると仮定して、流体・砂粒系の基礎方程式を理論的に誘導する。第3節では、interaction forceの表示に含まれる実験定数の特性を明らかにするために、流体・砂粒系の基礎式の解をもっとも単純な条件のもとで解き、同一の条件で行った非平衡飛砂量の詳細な実験結果と比較検討し、非平衡飛砂量則の理論の適用性を明らかにして、上記の実験定数を推定する。第4節では、実際の応用例として、非平衡飛砂量則と砂面の連続式を用いた一次元的な取扱いから白良浜の飛砂による海浜変形機構を考察し、その適用性を明らかにする。

第5章 砂面の不安定性と砂れんの発生限界に関する研究は、流体・砂粒系の基礎方程式に摂動法を適用して、飛砂および流砂による砂面の不安定性に関する理論の展開とその適用性の検討を試みたものであって、つぎの各節より構成されている。すなわち、第2節では、第4章で導びいた流体・砂粒系の基礎方程式と相当砂粒粗度を用いた流れの抵抗則に摂動法を適用し、砂面の擾乱の波速に関する特性方程式を誘導する。そして、数値解と擬似定常近似による解析解とを用いて、砂面の不安定な領域の波数および相当砂粒粗度による変化を検討するとともに、飛砂への適用方法を考察する。第3節では、これらの数値解および解析解を用いた河床形態の領域区分と流砂による河床形態に関する従来の実験結果との比較から、それらの妥当性を確かめる。さらに、飛砂による砂面形態に関する実験および現地観測を実施して、砂面の不安定性に関する理論の適用性について考察する。

第6章 結論においては、本論文で得られた主要な研究の成果を要約する。

## 参 考 文 献

- 1) Kadib, A. A.: Mechanism of Sand Movement on Coastal Dunes, Proc. ASCE, WW2, 1966, pp. 27-44.
- 2) Einstein, H. A.: The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, U.S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Tech. Bull., No. 1026, 1950, pp. 1-71.
- 3) Einstein, H. A.: Formulas for the Transportation of Bed Load, Trans. ASCE, Vol. 107, 1942, pp. 561-597.
- 4) Kalinske, A. A.: Movement of Sediment as Bed Load in Rivers, Trans. A.G.U., Vol. 28, No. 4, 1947, pp. 615-620.
- 5) 芦田和男, 道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第206号, 昭47年, pp. 59-69.

- 6) 河村龍馬：飛砂の研究，東京大学理工学研究所報告，第5巻，昭26年，pp.95—112.
- 7) Owen, P. R.: Saltation of Uniform Grains in Air, Jour. Fluid Mech., Vol. 20, Part 2, 1964, pp. 225—242.
- 8) Rossinskiy, K. I. and K. S. Lyubomirova: Jumplike Movement of a Solid Particle at the Bottom of a Turbulent Stream, Soviet Hydrology, 1969, pp. 38—49.
- 9) 土屋義人，渡戸健介，青山俊樹：水流による砂れきの saltation の機構(1)，京都大学防災研究所年報，第12号B，昭44年，pp.475—490.
- 10) 土屋義人，青山俊樹：水流による砂れきの saltation の機構(2) — Successive saltation の理論について —，京都大学防災研究所年報，第13号B，昭45年，pp.199—216.



## 第2章 固定床における砂粒の運動機構に関する研究

### 第1節 緒 言

風または水流による砂粒の床面付近における運動は、砂粒が浮遊運動をしないほど十分大きい場合には、一般に跳躍 (saltation) といわれる特徴的な運動として表され、これが飛砂および流砂現象の基本になっていると考えられる。砂粒の移動状況を詳細に観察すれば、まず微小な揺動を繰り返している砂粒が、掃流力が限界掃流力を越えると、散発的に移動を開始し、ある距離を転動して、しかるのち跳躍に移行し、跳躍を繰り返して流下することがわかる。もちろん、床面形態が plane bed であっても、床面に粒径程度の不規則な凹凸がつねに存在するので、この床面条件の局所的な変化と砂粒の運動特性との関連によって、移動砂粒は途中で運動を停止したり、あるいは衝突によって床面砂粒との交換現象を起こす。そのうえ、床面近傍の流れの特性は複雑で、前述した砂粒の移動現象とあいまって、現在でもなお掃流状態で輸送される砂粒の運動に対する力学的取扱いがあまり進展していないように思われる。

一方、水工学上の実際問題においては、河川の流砂量や海岸の飛砂量の推定が重要であるために、これまでの研究の大部分は、砂粒の複雑な運動機構の解明よりもっぱら実用的な観点から、それらの輸送量の表示を追求してきたように思われる。確かに本論文で研究の対象とする飛砂・流砂力学の最終目標の1つは、砂粒の輸送量則の究明であるが、それが適用領域内で1つの法則として普遍性を有するためには、複雑なそれらの現象を有意な力学モデルで単純化し、砂粒の運動の力学的背景を系統的に明らかにしていく努力が必要であろう。いいかえれば、流れの中での砂粒の運動を明らかにすることが、この分野の学問的体系の確立における必須の課題であって、飛砂量則や流砂量則はそれからのおのずから誘導されるはずであると考えられる。

床面近傍における砂粒の運動に関する研究は、Bagnold<sup>1)</sup>がその名著において飛砂現象における saltation を詳細に論じたことから始まり、河村<sup>2)</sup>も飛砂理論の展開において saltation の力学的取扱いを試みているが、saltation そのものについては直接実験結果とは比較検討していない。また、最近 Owen<sup>3)</sup> は同様な saltation の概念で飛砂の運動を論じ、これをもとにして saltation 層内の流速分布や飛砂量公式の提案にまで及んでいるが、河村と同様 saltation についての詳細な比較検討はすべて残されている。飛砂現象における砂粒の saltation に関する河村の取扱いは、単一砂粒の運動方程式から出発して、飛砂の密度分布や飛砂量分布まで系統的に展開されている点で、現在においてもなお高く評価されるべきと思われる。ただ、水流の場合の saltation に対してそのまま適用するためには、流体抵抗の表示で Stokes の法則を用いていることや砂粒の運動形式に対する検討など実際現象に立脚した取扱いをさらに進展させなければならないと考えられる。

一方、水流による砂粒の床面付近における運動に関して、Kalinske<sup>4)</sup> は砂粒の運動はいわゆる滑動 (sliding motion) が主体であって、飛砂現象と相違して砂粒の跳躍はほとんど無視されると考えている。しかし、土屋ら<sup>5), 6)</sup> の実験によれば、床面付近の砂粒の運動は必ずしも滑動のみでなく、いわゆる saltation

または skipping としての運動をしていることが認められている。Yalin<sup>7)</sup>はこの観点に立って、飛砂の場合と同様な取扱いを、水流による砂粒の saltation の解明に適用し、砂粒の運動方程式からその運動機構を考察して流砂量公式の提案を試みている。しかしながら、この理論的取扱いにおいては、飛砂の結果をそのまま適用していることから問題点も多く、また、saltation に関する実験結果との比較は全然行っていない。その後、岸ら<sup>8)</sup>は Yalin の理論に砂粒に働く仮想質量力を考慮した修正理論を展開するとともに、単一砂粒の軌道をストロボ装置を用いて写真撮影することに成功し、その結果と理論との比較を行った。引き続いて、土屋ら<sup>9),10),11)</sup>は水流による saltation に関する独創的な研究を実施し、砂粒の運動機構についてかなりの成果を得ている。その内容については本研究との関係上、次節以下で紹介するので、ここではその詳細は述べないが、砂粒の反発機構を中心とした理論の展開は、流砂力学の本質に近づくものといえよう。これらの研究とは全く独立に、最近では、固定床での砂粒の運動特性の実験的検討が再び活発に行われてきた。たとえば、Rossinskiy ら<sup>12)</sup>および Francis<sup>13)</sup>は砂粒をニスづけにした固定床における砂粒やナイロン球の軌跡を写真撮影し、その運動特性と水理量との関係を詳細に検討している。すなわち、前者は saltation をしている砂粒の飛高と最大鉛直速度との関係や砂粒の鉛直加速度と掃流力との関係などを実験的に検討し、また後者は砂粒のほかにナイロン球および豆などを用いて、saltation による流下方向の平均速度と掃流力との関係を詳しく調べている。

これらの諸研究における砂粒の saltation に関する理論的取扱いにおいては、土屋らのように、砂粒の saltation の初速度が床面での衝突に伴う反発によって得られるとするものと、Yalin や岸らのように Einstein ら<sup>14)</sup>の実験結果をそのまま適用して、砂粒に働く揚力を考慮し、初速度なしで鉛直方向に飛び出す運動とみなすものがある。砂粒に働く揚力に関しては、Einstein<sup>14)</sup>や Chepil<sup>15)</sup>らによって実験的に種々議論されてきたが、その測定の高難度とあいまって、十分信頼のある結論はいまだ得られていないようであるが、Chepil<sup>16)</sup>は揚力が砂粒の saltation の主原因となるには小さすぎることを実験的に示し、そこには移動砂粒と床面砂粒との衝突が必要であることを強調している。

以上のように、多数個の掃流砂粒が床面のごく近傍で非常に特徴的な運動をするため、その運動機構はいまだ不明な点が多く、統一した見解が確立されていないのが現状である。流砂に比べて飛砂では、掃流力が限界掃流力の数倍で、砂粒の運動層（いわゆる saltation 層）の厚さが粒径の数十倍に達し、個々の砂粒の挙動の観察や運動砂粒の軌跡の写真撮影などが、比較的容易であるといえる。したがって、飛砂における砂粒の運動特性とその流送機構を明らかにし、流砂との類似点および相違点を明確にしていけることが、飛砂現象解明とひいては両現象の統一的取扱いを可能にする有効な方法であると考えられる。

本章では、まず風および水流による固定床上での単一粒子の運動機構を明らかにすることを目的として、つぎの研究を実施する。すなわち、風による固定床上での単一粒子の運動に関する詳細な実験を行い、従来報告されている水流による saltation の実験結果<sup>5)</sup>と比較検討してその運動形態を明らかにする。つぎに、砂粒の密度比の広範囲にわたる詳細な実験を実施して、飛砂および流砂における砂粒の移動限界の相互関係を見出す。さらに、飛砂における砂粒の saltation に関する詳細な実験を行って、Rossinskiy らの水流による砂粒の saltation の実験結果も用いて、saltation に関する土屋らの理論の適用性を明らかにし、風および水流による固定床上の砂粒の流送機構をできるだけ統一的に考察するつもりである。

## 第2節 砂粒の運動形態

### (1) 実験装置および実験方法

実験に用いた風洞は、防災研究所宇治川水理実験所にある風洞水槽を改造したものであって、その大きさは高さ 39 cm、幅 90 cm および長さ 20.8 m であり、上面は合成樹脂板、床面は鋼板および側面は観察のためにガラス板からできている。さらに、上流端より 4.5 m の床面は任意の砂粒粗度を接着させるために全断面滑面とし、それより下流側は実験砂を敷くため 10 cm 低くなっている。側壁の影響は両側のガラス板に接するように幅 10 cm のアルミニウム板を設置して除去した。したがって、実験に用いる砂面の幅は約 70 cm である。

風速は無段変速器によって、断面中央部で約 6.5 m/sec から 24 m/sec まで連続的に変化させることができ、その測定は上流から 3.9 m のところに設置した直統式の熱線風速計によって行った。

Saltation の運動を解析するために用いた粒子は、3 種類の砂粒と 2 種類の種子であり、それぞれの粒子の特性および実験条件を表-2.1 にまとめて示した。

表-2.1 固定床における saltation の実験に用いた粒子の特性と条件

実験番号	粒径 $d$ cm	粒子の種類	密度 $\sigma$ gr/cm <sup>3</sup>	密度比 $\sigma/\rho$	摩擦速度 $u_*$ cm/sec	無次元掃流力 $u_*^2/(g/\rho-1)gd$
1	0.225	砂 粒	2.624	2235	97.9	0.0204
2	"	"	"	"	105.7	0.0227
3	"	"	"	"	119.0	0.0287
4	0.184	"	2.523	2120	102.1	0.0273
5	"	"	"	"	114.8	0.0345
6	"	"	"	"	120.2	0.0378
7	"	種 子	1.155	969	69.9	0.0280
8	"	"	"	"	83.3	0.0398
9	"	"	"	981	67.8	0.0260
10	"	"	"	"	73.4	0.0305
11	"	"	"	"	82.4	0.0384
12	0.144	砂 粒	2.474	2081	105.9	0.0382
13	"	"	"	"	122.0	0.0507
14	"	種 子	1.155	981	76.9	0.0428
15	"	"	"	"	98.8	0.0706

固定床における単一粒子の saltation の実験においては、対象とした粒径の砂粒を床面に幅約 50 cm、長さ 4.5 m にわたってニスづけした。送風機始動後風速が一定となる約 15～20 sec 後に、風洞上流端から約 3 m の位置に置かれた着色粒子が逐次移動を始め、saltation を行う状態をミリケンの 16 mm 高速カメラで写真撮影した。これらの撮影したフィルムはフィルムモーション・アナライザーで 1 コマごとに詳細に解析した。

### (2) 砂粒の運動形態

図-2.1 は固定床における単一砂粒の運動軌跡であり、また図-2.2 には同じく種子の場合の運動軌跡

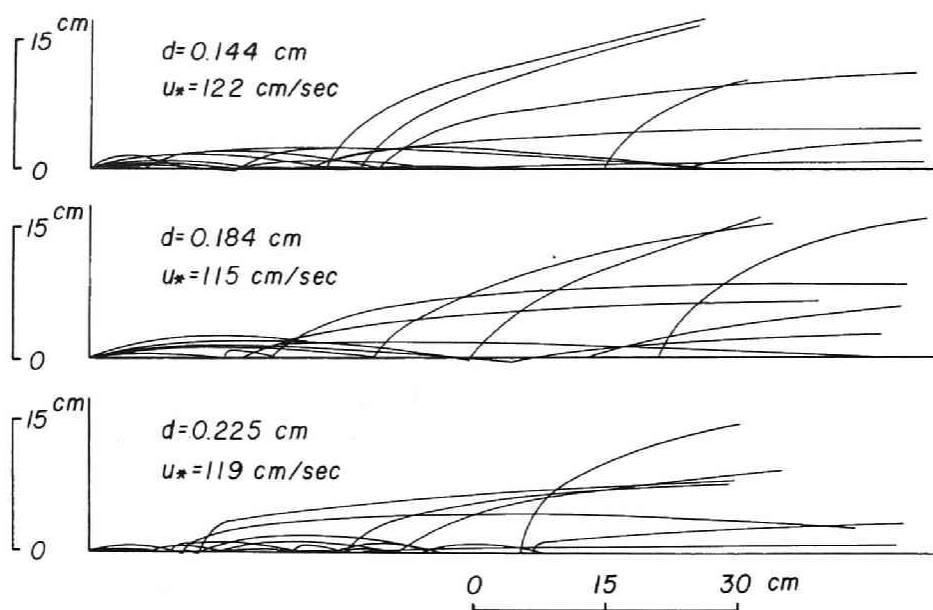


図-2.1 固定床における砂粒の運動軌跡

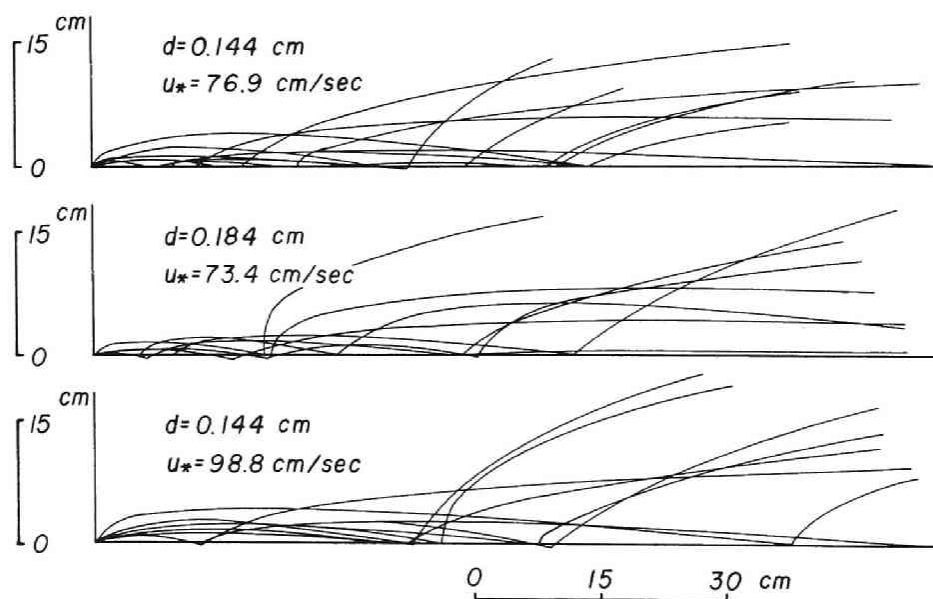


図-2.2 固定床における種子の運動軌跡

を示す。これらの図と観察結果から、微小な揺動をしながら静止している状態から移動を開始した粒子は、一般に直接隣接する砂粒と衝突後、直ちにいわゆる saltation と呼ばれる跳躍に移り、それを繰り返しながら流送されることがわかる。この場合、水流における砂粒の流送と若干異なって飛砂の場合には、初期の転動状態がほとんどみられない。さらに、saltation の回数が増加するにつれて、反発係数が大きい種子の場合には、saltation の飛高および飛距離の増加率は砂粒の場合に比べて大きくなるようである。

一方、図-2.3 は土屋<sup>5)</sup>によって比重 1.50 の球状粒子を用いて、水流による場合の静止からの運動

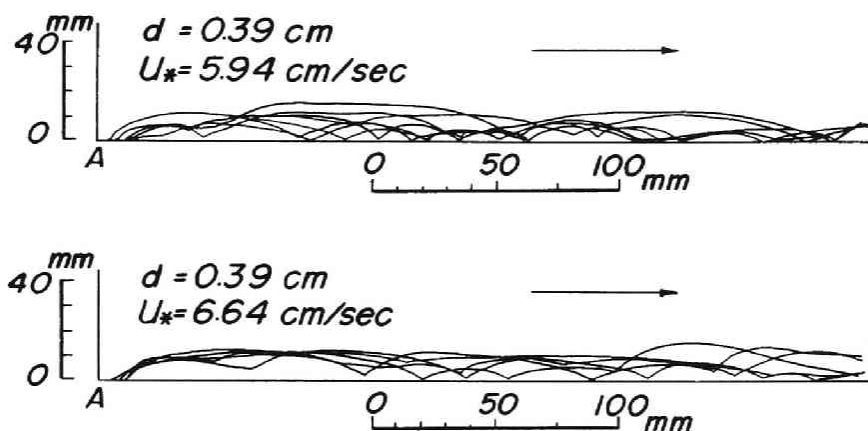


図-2.3 水流による固定床での砂粒の運動軌跡 (土屋<sup>5)</sup>による)

をストロボ装置を使用して撮影したものを、その静止位置を原点として数個づつ重ねて図示したものである。この図のうちA点は粒子の静止位置を示す。これからほとんどすべての粒子が最初ある距離だけ転動し、しかるのち saltation に移行し、飛砂の場合のように saltation の回数の増加にしたがって飛高および飛距離があまり顕著に変化しないことがわかる。このように、流砂においては一般に砂粒は跳躍に移行するまでに転動過程を経るが、その平均転動距離は、掃流力が限界掃流力の数倍程度の範囲では、ほぼ掃流力に比例して減少し、掃流力が大きくなると、粒径程度も転動せずほとんど直ちに saltation に移行することが、すでに土屋らによって指摘されている。したがって、水流による場合と風による場合とにおいては、砂粒の運動形態において、その移動開始直後に若干異なる形態を示すようであり、また saltation の継続に伴う飛高や飛距離の増加特性も明らかに相違するようと思われる。したがって、つぎに砂粒の saltation の一般的特性を調べることにしたい。

### (3) 砂粒の saltation の特性

前述したような実験においては、運動砂粒と床面砂粒との衝突の結果、その反発によって再び saltation を継続する現象が非常にしばしば観察される。この砂粒の衝突の現象は saltation 運動機構を支配する非常に重要なものと考えられるので、ここでは、まず衝突の際の砂粒の運動特性について述べる。

図-2.4 は、砂粒の飛び出し角度などの定義のほか、砂粒の反発機構の説明を示すものであって、図中の  $V_1$  および  $V_2$  はそれぞれ砂粒の衝突前後の速度ベクトルを表し、 $r$  は反発砂粒と静止砂粒の中心間を結

んだ直線が水平軸となす角度である。いま、砂粒の回転と接線方向の摩擦力および衝突時に働く流体力の効果がすべて無視でき、斜線で示した床面砂粒が衝突時に動かないと仮定すれば、法線方向および接線方向の砂粒の運動量保存則から、反発係数 $e$ はつぎのように表される<sup>6)</sup>。

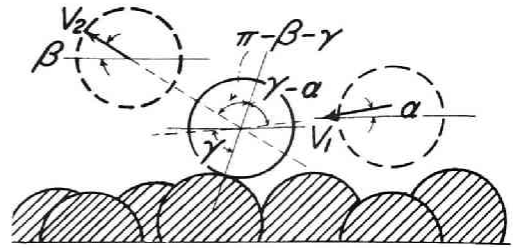


図-2.4 反発機構図

$$e = \frac{(V_1 \cos \alpha - V_2 \cos \beta) V_2 \cos \beta - (V_1 \sin \alpha + V_2 \sin \beta) V_2 \sin \beta}{(V_1 \cos \alpha - V_2 \cos \beta) V_1 \cos \alpha + (V_1 \sin \alpha + V_2 \sin \beta) V_1 \sin \alpha} \quad (2.1)$$

式(2.1)によって固定床における粒子の反発係数の値を求めた結果を図-2.5に示す。この図から、固定床の種子の反発係数は0.97程度であり、砂粒では0.91程度となり、いずれも無次元掃流力によって顕著に変化しないことがわかる。

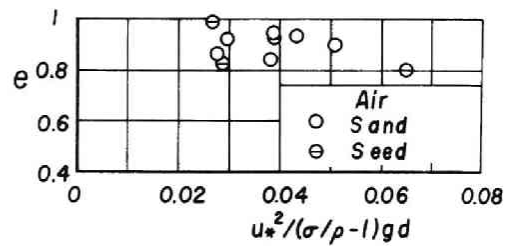


図-2.5 粒子の反発係数の無次元掃流力による変化

図-2.6には図-2.4の定義に基づいて、粒子の飛び出し角度 $\beta$ と無次元掃流力との関係を示す。図中の記号 $B_d$ は流体力によって静止状態から直ちに飛び出す現象を表し、また記号 $R$ は衝突による飛び出しの現象を意味している。前述したように、飛砂においては転動距離はたかだか粒径程度以下であって、現象 $B_d$ と現象 $R$ とを区別することは困難である。また、粒子の運動軌跡に接線を引いて推定する方法で飛び出し角度を求めたので、その精度は必ずしも十分とはいえないであろう。この図から、飛び出し角度は砂粒の場合の方が種子のそれより小さくなっているがそれは前述した反発係数と関係することはいうまでもない。そして、実験値の範囲が限られているので無次元掃流

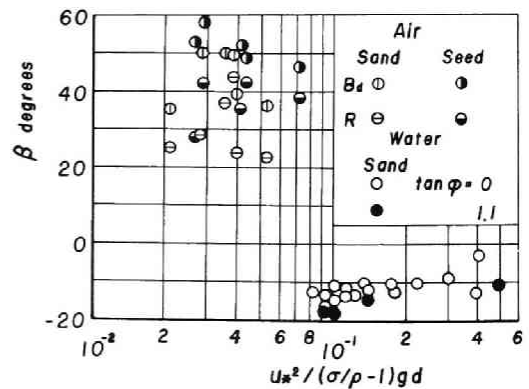


図-2.6 粒子の飛び出し角度と無次元掃流力との関係

力の増加に伴う変化の傾向はあまりはっきりしていない。図中には、球状砂粒の静止摩擦係数の2種類の値に対して、土屋<sup>5)</sup>が行った水流による飛び出し角度も示してあり、それらは一般に負であって、無次元掃流力とともに増加することがわかる。このように、飛砂および流砂の飛び出し角度が大きく相違するのは、やはり反発係数などの床面条件が大きな影響を及ぼすものと思われる。

図-2.7は粒子の落下角度 $\alpha$ と無次元掃流力との関係を求めて図示したものである。これから、それぞれの粒子特性や無次元掃流力に関係なく、落下角度は $8^\circ \sim 10^\circ$ の値をとることがわかる。

つぎに、砂粒の saltation における飛行特性を検討するため、飛高と飛距離との比で定義される無次元量

$$\lambda = 4 \frac{H_{sm}}{L_{sm}} \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

を用いて、その無次元掃流力による変化を考察することにする。ここに、 $H_{sm}$  および  $L_{sm}$  は実用上それぞれ平均飛高および飛距離を用いることにする。そして、式 (2.2) 中の係数 4 は後述する saltation の理論において導入されるものである。図

2.8 はかように定義された無次元量  $\lambda$  の平均値と無次元掃流力との関係を示したものである。この場合、図中に示した  $\lambda$  の値は、最初の跳躍すなわち first saltation および第 2 回目の跳躍すなわち second saltation の値を平均したものであるが、図 2.9 に示すように、saltation の回数によってこの値はあまり変化しないようである。これからわかることは、 $\lambda$  の平均値は飛砂および流砂の場合に対してそれぞれ 0.26 および 0.40 であって前者の方が小さく、かつ両者とも無次元掃流力によってほとんど変化しないことである。このことは後述する saltation の理論においても期待される重要な事実といってよいであろう。

最後に、砂粒の saltation における飛高および飛距離の特性について考察する。図 2.10 は飛砂の場合の saltation の回数と無次元飛高および飛距離との関係を示したものである。ここに、無次元飛高および飛距離はそれぞれ飛高および飛距離と粒径との比で表したものである。

これから、飛高および飛距離は saltation の回数の増加とともに急激に大きくなることがわかる。とくに飛砂の場合には、3 回程度 saltation を継続すれば、飛高は粒径の 100 倍程度にもなっている。そして、

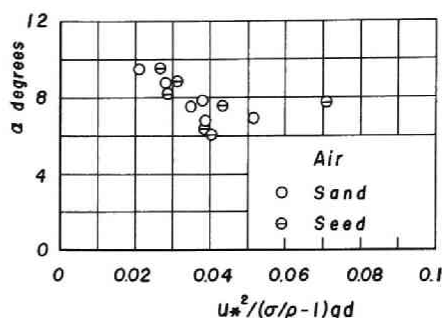


図 2.7 粒子の落下角度と無次元掃流力との関係

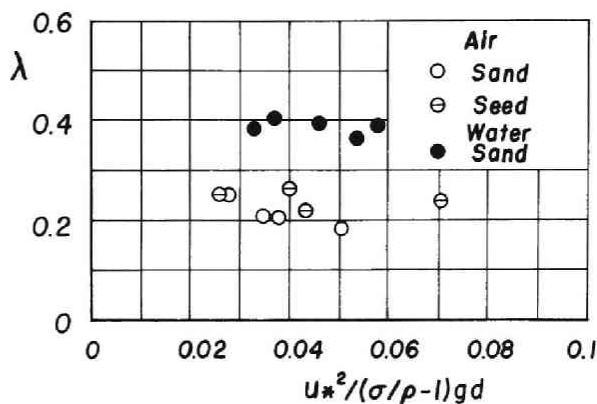


図 2.8 砂粒の saltation における  $\lambda$  と無次元掃流力との関係

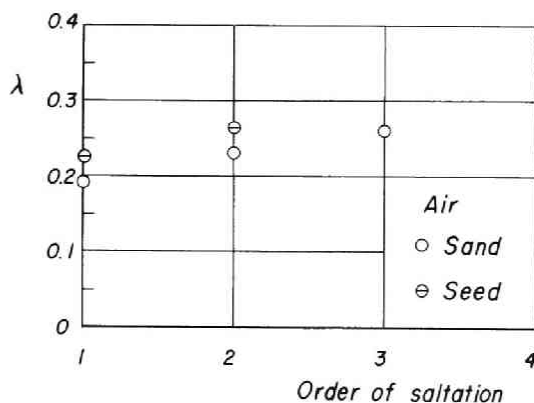
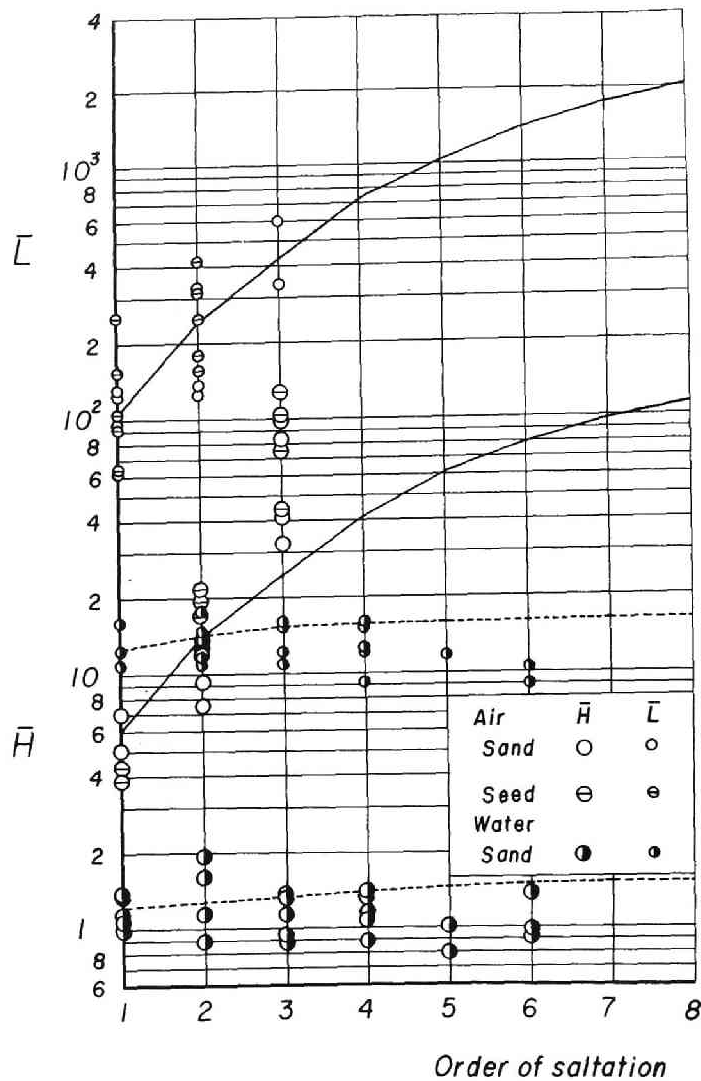


図 2.9 Saltation の回数による  $\lambda$  の変化





図一 2.10 Saltation の回数と飛高および飛距離との関係

砂粒は跳躍中に摩擦速度の約 20 倍にも達する風速によって加速され、落下直前には砂粒の速度は非常に大きくなり、また大きな反発係数のために saltation の飛高および飛距離が継続回数とともに急激に大きくなるものと思われる。このことは、流砂の場合、図一 2.10 からわかるように、砂粒の飛高および飛距離が saltation の回数増加に関係なくあまり変化せず、しかも限界掃流力の数倍程度の掃流力では、飛高は粒径程度であり、飛距離が粒径の約 10 倍であって、いずれも絶対値が飛砂の方が非常に大きいことに注目すべきであろう。

### 第3節 砂粒の移動限界

砂粒の移動限界は従来より流砂の場合は限界掃流力として、また飛砂の場合は単に移動限界として取扱われてきた。風および水流の場合に対してその力学的過程はほとんど同じであろうと考えられるけれども、いまだ統一的な見解は見出されていない。したがって、まず従来の研究成果について考察したのち、両者の相互関係を追求するために行った実験的研究について述べる。

#### (1) 砂粒の移動限界に関する従来の研究と考察

##### 1) 水流の場合

水流による砂粒の移動限界は限界掃流力として、古く Shields<sup>17)</sup> の砂粒のつり合い条件に基づいた次元解析的研究にはじまり、White<sup>18)</sup>、栗原<sup>19)</sup>、岩垣<sup>20)</sup> および岩垣・土屋<sup>21)</sup> によって理論的考察が行われてきた。一方、Einstein<sup>22)</sup> や Paintal<sup>23)</sup> は砂粒の移動開始が乱れの確率分布に依存するとして、砂粒の限界掃流力の存在に対して否定的な考えを示している。ここでは、後述する著者の考察との関連から栗原と岩垣の理論を概説する。

a) 栗原の理論 いま、流下方向に隣接する2つの球状砂粒を考える。White は砂粒の移動開始時に於いて、床面に働くせん断応力が単位面積当り露出している個々の砂粒によって受けもたれ、これと砂粒の水中重量による接触点のまわりのモーメントがつり合うとして、次式を導びいた。

$$\tau = (\pi/6) \eta (\sigma - \rho) g d \tan \varphi \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

ここに、 $\sigma$  および  $\rho$  : それぞれ砂粒と水の密度、 $g$  : 重力の加速度、 $d$  : 粒径、 $\varphi$  : 砂粒の静止摩擦角および  $\eta$  : 砂面における単位面積当りの露出砂粒数と  $d^2$  との積である。さらに、乱れによる付加的な流体力を考慮し、 $\tau = T_f \tau_c$  として次式を得た。

$$\frac{u_{c*}^2}{(\sigma/\rho - 1) g d \tan \varphi} = \frac{(\pi/6) \eta}{T_f} \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

ここに、 $\tau_c$  : 限界掃流力、 $u_{c*}$  : 限界摩擦速度および  $T_f$  : turbulent factor と呼ばれるものである。栗原は乱流理論を用いてこの  $T_f$  を評価することを試みた。すなわち、床面に働く全せん断応力は、主流による時間的平均せん断応力と速度変動によるせん断応力の増加量および主流と直角方向の圧力変動と速度変動による増加量の和で与えられ、これがすべて砂粒の限界 Reynolds 数の関数で表示できるとし、式(2.4)は結局つぎのように表されたとした。

$$\frac{u_{c*}^2}{(\sigma/\rho - 1) g d \tan \varphi} = \left(\frac{\pi}{6}\right) \eta \psi_1(u_{c*} d / \nu) \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

ここに、 $\nu$  : 水の動粘性係数および  $\psi_1$  : 砂粒の限界 Reynolds 数のみの関数である。式(2.5)には、砂粒の混合状態を表す係数や乱れによるせん断応力の増加の出現する確率が実験定数として含まれており、これらについてはさらに検討する余地があるが、式(2.5)と従来の実験値との対応は比較的良好で、現在で

も実験式として実用に供せられている。

b) 岩垣の理論 Shields と同様に、床面上の球状の単一砂粒を考え、その砂粒が鉛直方向の圧力勾配による揚力  $R_L$ 、主流方向の流体抵抗と圧力勾配による抵抗との和  $R_T$  および砂粒の水中重量がつり合って平衡が保たれるとして、次式で移動限界を表した。

$$(\pi/6) d^3 (\sigma - \rho) g - R_L = R_T \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

ただし、 $R_L$  および  $R_T$  はつぎのように表されたとした。すなわち、粘性底層を考え  $R_L$  および  $R_T$  が、粘性底層の部分に働く抵抗と乱れた部分に働く抵抗との和で与えられるとし、乱流理論を用いて計算して、式 (2.6) が次式のように表されることを示した。

$$\frac{u_{c*}^2}{(\sigma/\rho - 1) g d \tan \varphi} = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \psi_2 \left(\frac{u_{c*} d}{\nu}\right) \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

ここに、 $\psi_2$ ：砂粒の限界 Reynolds 数のみの関数および  $\varepsilon$ ：しゃへい係数といわれ、この理論的考察における唯一の実験定数であって、物理的にはつぎのように説明されるものである。すなわち、この方法では砂面上におかれた単一砂粒の移動限界を取扱っているが、実際には多数の砂粒が床面にあってそれが相互にしゃへいし合う結果、その砂粒が流れから受ける抵抗は理論値よりかなり減少しているものと考えられる。そこで水流による砂粒の移動限界の実験を行い、その結果と式 (2.7) が一致するように  $\varepsilon$  を 0.4 と決めた。これを用いて式 (2.7) を計算したところ、図-2.11 に示すように、従来の多数の実験値とよく一致し、また Shields が求めた限界掃流力の実験曲線ともよい対応を示すことがわかった。

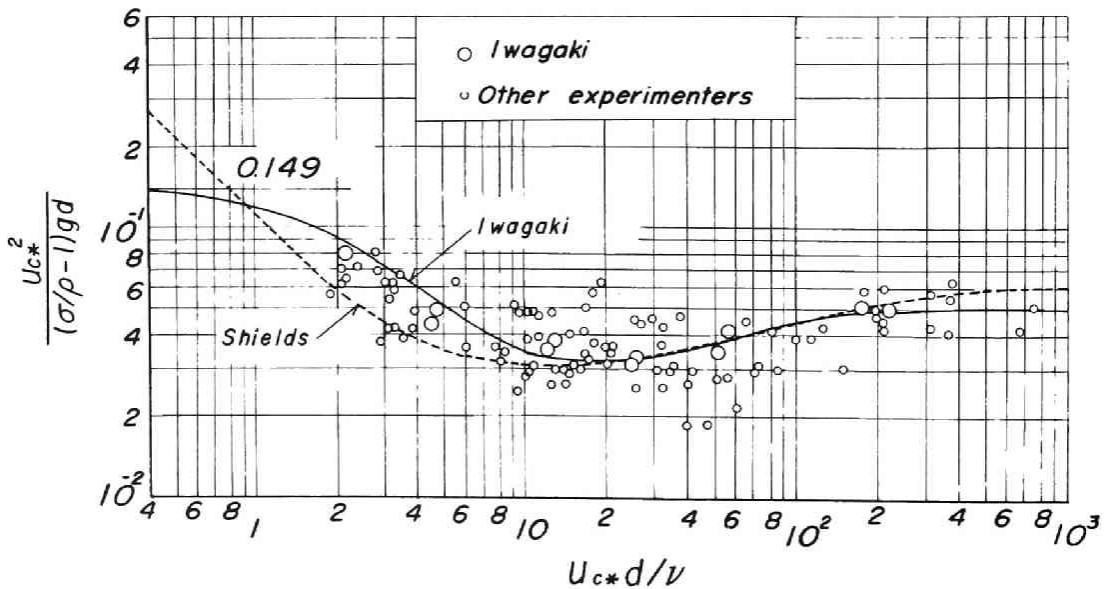


図-2.11 Reynolds 数による無次元限界掃流力の変化

## 2) 風の場合

従来、風による砂粒の移動限界に関しては、Bagnold<sup>1)</sup>をはじめとして、Chepil,<sup>24)</sup> 千種<sup>25)</sup>および秋葉<sup>26)</sup>らによって数多くの詳細な観測や実験が実施されたが、最近ではあまり行われていないようである。この問題についての理論的な考察は Bagnold にはじまり、1949 年内田<sup>27)</sup>および 1952 年石原<sup>28)</sup>によって試みられ、水流による場合と同じく、つぎのような考え方が示されている。いま石原らに従って概説すれば、つぎのとおりである。

a) 衝力論的な方法 前述したように砂面上の 1 つの砂粒に働く流体抵抗とその砂粒の摩擦抵抗とがつり合ったときを移動限界とするもので、静的なつり合関係から次式が成立すると仮定する。

$$(\pi/6) d^3 (\sigma - \rho) g (\cos \theta \tan \varphi - \sin \theta) = (\pi/8) \rho C_D d^2 u_1^2 \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

ここに、 $C_D$ ：砂粒の抵抗係数、 $\theta$ ：砂面の傾斜角および  $u_1$ ：砂粒の近傍における風速である。式(2.8)中の  $u_1$  として、砂面の近傍における風速であることから、摩擦速度  $u_*$  を用いて近似的に  $u_1 \approx A_r u_*$  とし、式(2.8)を変形すれば、つぎのように表される。

$$u_{c*} = A \left\{ \frac{\sin(\varphi - \theta)}{\cos \varphi} \right\}^{1/2} \sqrt{\left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d} \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

ここに、 $A_r$  および  $A$ ：ともに定数であって、前者は完全粗面乱流の場合、約 8.5 程度の値である。この関係は古く Bagnold の示した関係に対応するものであって、砂粒の静止摩擦角や砂面の傾斜角の影響を省略すれば、全く同一である。

b) 掃流力論的な方法 水流による場合の考え方と同じく、砂面に作用する掃流力のうち、1 つの砂粒の受ける力が砂粒の摩擦抵抗につり合うとするものであって、a) と同様に静的なつり合関係から次式によって表される。

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{n_d} \right) \rho u_{c*}^2 &= \rho \left\{ \left( \frac{\pi}{6} \right) \frac{1}{1 - \lambda_d} \right\}^{2/3} d^2 u_{c*}^2 \\ &= (\pi/6) d^3 (\sigma - \rho) g (\cos \theta \tan \varphi - \sin \theta) \quad \dots\dots\dots (2.10) \end{aligned}$$

ここに、 $n_d$ ：砂面の単位面積当りの砂粒の露出数および  $\lambda_d$ ：空隙率である。したがって、これから

$$u_{c*} = A' \left\{ \frac{\sin(\varphi - \theta)}{\cos \varphi} \right\}^{1/2} \sqrt{\left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g d} \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

となり、式(2.9)と同じ関係が得られる。

c) 乱れによる揚力論的な方法 内田<sup>27)</sup>によって示されたもので、風の乱れによる鉛直方向の圧力変動によって砂粒が飛び出るとするものであり、次式による。

$$\left( \frac{1}{4} \right) \pi d^2 \left( \frac{\partial p'}{\partial z} \right) = \left( \frac{\pi}{6} \right) d^3 (\sigma - \rho) g \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

ここに、 $p'$ ：圧力変動および  $z$ ：砂面に垂直方向の座標である。乱流理論を用いて上式中の  $(\partial p'/\partial z)$  を計算し、若干の変形をして、式(2.9)および(2.11)に対応したつぎの関係で表した。砂粒が大きい場合、すなわち  $(\kappa/l_0) \gg 1$  および  $(\beta_0/\lambda_0) d \gg 1$  のときには、

$$u_{c*} = A'' \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1\right) g d} \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

であり、また砂粒が小さい場合、すなわち  $(\kappa/l_0) \ll 1$  および  $(\beta_0/\lambda_0) d \ll 1$  のときには、

$$u_{c*} = A''' \sqrt{\left(\frac{\rho}{\rho} - 1\right) g (l_0/\sqrt{d})} \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

で近似される。ここに、 $A''$ ： $\kappa$ 、 $\varepsilon_0$  および  $\beta_0$  の関数で、ほぼ定数と考えられるもの、 $A'''$ ： $\varepsilon_0$  の関数であって定数と考えられるもの、 $\kappa$ ：Kármán 定数に対応し、約 0.4、 $\varepsilon_0$  および  $\beta_0$ ：それぞれ鉛直方向の混合距離および最小渦の直径に関する比例定数であって、1 および 2 程度の値、 $l_0$  および  $\lambda_0$ ：それぞれ床面における混合距離および最小渦の直径である。この方法によると、砂粒が大きい場合には、前 2 者と同じ関係になって、Bagnold の式に対応するが、粒径が小さくなると限界摩擦速度はむしろ増加することになる。しかし、この方法では砂面の傾斜角の影響を導入することはできない。

以上の考察から明かなように、いずれの方法で砂粒の移動限界を考察しても、c) の場合の粒径の小さいときを除いて、つぎの関係が成立する。

$$u_{c*} = A_0 \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1\right) g d} \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

ここに、 $A_0$  は実験定数である。図-2.12 は砂粒の密度が 2.6 前後と思われる従来の実験値を整理し、粒径による限界摩擦速度の変化を表したものである。図中には、比較のために Chepil<sup>24)</sup> および Zingg<sup>29)</sup> による実験式を示してある。<sup>30)</sup> これらのうち、直線(a)で示される Chepil の関係は、15%は移動しないような土砂に対する関係であって、ここで取扱う砂粒の場合とはかなり条件が相違する。直線(b)は最小粒径と

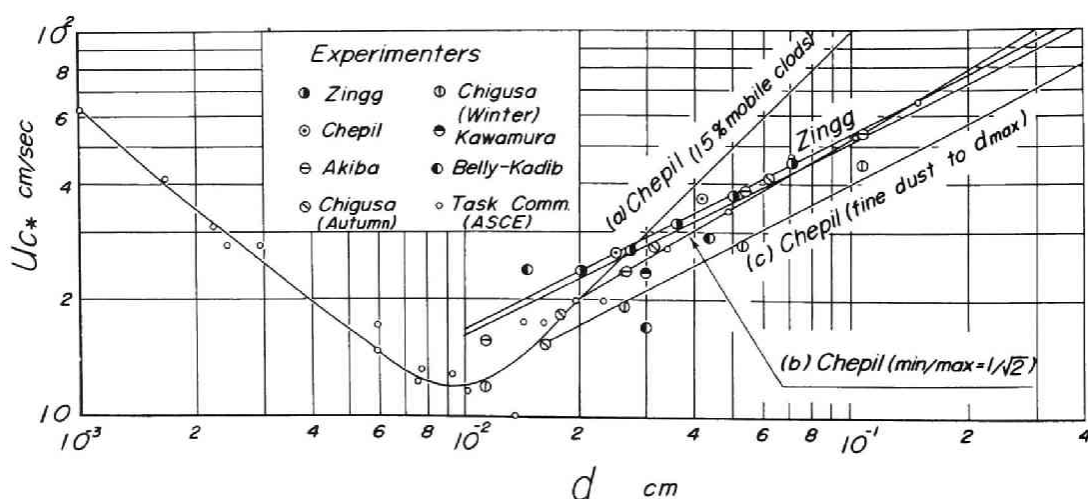


図-2.12 粒径による限界摩擦速度の変化

最大粒径との比が  $1/\sqrt{2}$  である比較的一様な砂粒の場合であり、また直線(c)は混合砂粒のものである。これらの結果からわかることは、粒径が約 0.02 cm 以上になると、実験値のかんりのばらつきはあるが、式(2.15)の関係が比較的良好に成立するようであり、その場合 Chepil および Zingg の実験式はいずれも大差なくこの関係を表している。しかしながら、粒径が 0.01 cm 付近において限界摩擦速度は最小となり、これより粒径がさらに小さくなるとかえって増加することがわかる。この事実は、一般に粒径が細くなると粒子相互間の粘着性が存在するようになるために、限界摩擦速度がむしろ大きくなるのではないかとこの考え方と前述した内田の理論的考察の結果によるものがあるが、いまだ定説は見出されていない。したがって、乾燥砂による、この粒径範囲についての詳細な実験的研究が必要とされよう。

一方、水流による限界掃流力に対する取扱い方と同様な考えのもとに、砂粒 Reynolds 数と無次元限界掃流力との関係によって、従来の実験値を再整理し、図示したものが図-2.13 であるが、図中には Chepil

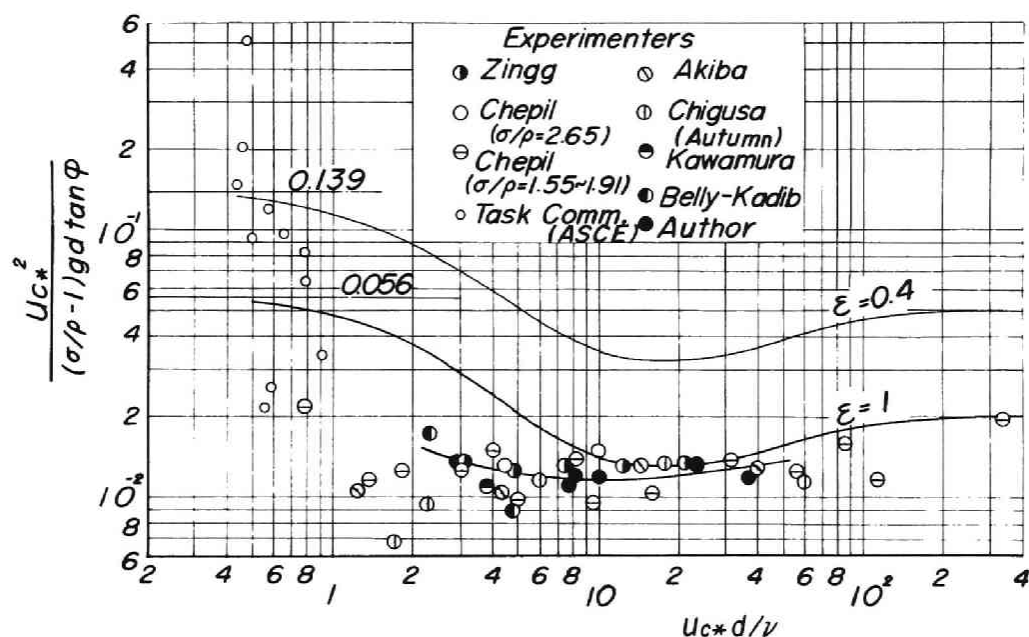


図-2.13 風による粒子の限界掃流力の表示

による密度が 1.55 および 1.91 の粒子の実験値も示してある。また比較のために式(2.7)で表される岩垣の理論曲線を  $\epsilon=1$  および 0.4 に対して示しておいたが、これからつぎのことがわかるであろう。図-2.11 および 2.13 から、これら両者においては非常に大きな相違があり、 $u_{c*}d/\nu$  の値が大きい範囲では、飛砂の場合には水流のそれに比べて無次元限界掃流力  $u_{c*}^2/(\sigma/\rho-1)gd$  は平均して約 1/2 程度以下であることがわかる。また、 $u_{c*}d/\nu$  の値が小さい範囲では、その傾向が両者で非常に相違する。とくに、図-2.13 によれば、 $u_{c*}d/\nu \approx 1$  付近までは  $u_{c*}^2/(\sigma/\rho-1)gd$  の値はほとんど一定であるが、これより小さい範囲においては、 $u_{c*}d/\nu \approx 1$  を限界としてこの値の減少とともに急激に増加し、この範囲では実験値が非常に散乱することがわかる。床面の近傍における流れの特性が水流と風の場合において、本質的に

相違するとは考えられないが、ただ大きく相違すると考えられるのは、その流体に対する砂粒の密度比であって、前者の場合には、2～3程度の値であるのに対して、後者では約2000程度の値になることである。しかし、前述したように砂粒に働く流体力などに対する静的なつり合条件においては、この影響を見出すことはできない。一方、限界掃流力の実験においてもそうであるように、砂粒の移動限界としてどのような状態のときを採用するかということが大切であって、図-2.13に示した実験値が非常に散乱しているのも、1つはこの理由によるものと考えられる。

以上のように、水流と風の場合に存在する大きな相違を明らかにすることは、いうまでもなく飛砂と流砂現象の統一化において大変重要であるので、本節ではつぎのことを考慮して、実験的にこの問題を検討することにする。すなわち、その1つは砂粒の移動限界の判定基準であって、当然これを一定にしておかないとこの相違点を究明することはできない。いま1つは、前述したように両者の間における砂粒の密度比による相違を明らかにするために、各種の密度をもつ粒子を用いた実験を行って、移動限界に及ぼすこの影響を見出す必要があることである。

## (2) 実験装置および実験方法

### 1) 実験装置

この実験に用いた風洞および実験装置については、すでに第2節で述べたものと同じである。ただし、風洞の送風機は改造前のものであって、断面中央部で約6.5m/secから17m/secまで連続的に風速を変えられるようになっていた。

### 2) 粒子の特性

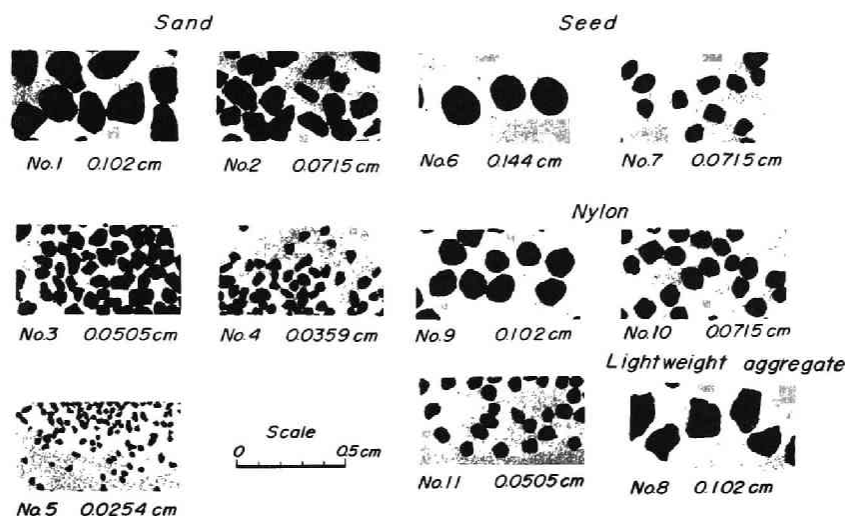
前述したように、砂粒の移動限界に及ぼす密度比の影響を調べるために、実験に用いた粒子は砂粒5種類、ナイロン粒子3種類、軽量骨材1種類および種子が2種類であり、それらの特性は表-2.2に示しておりである。この場合、粒子径としてはフルイ目の大きさのそれぞれの平均値を採用した。写真-2.1はこれらの粒子の顕微鏡写真であるが、軽量骨材の粒子を除いてかなり球状に近いものであることがわかる。

表-2.2 実験に用いた粒子の特性

実験番号	粒 径 $d$ cm	粒 子 の 種 類	密 度 $\sigma/\rho$ $gr/cm^3$	静止摩擦角 $\tan \varphi$	形状係数 $b/a$
1	0.102 (0.119 ~0.0840)	砂 粒	2.564	1.217	0.762
2	0.0715(0.0840~0.0590)	"	2.605	1.223	0.733
3	0.0505(0.0590~0.0420)	"	2.618	1.204(Rough bed)	0.685
3'	" "	"	"	0.426(Smooth bed)	"
4	0.0359(0.0420~0.0297)	"	2.637	1.273	0.717
5	0.0254(0.0297~0.0210)	"	2.538	1.143(Rough bed)	0.673
5'	" "	"	"	0.394(Smooth bed)	"
6	0.144 (0.168 ~0.119 )	種 子	1.216	0.962	0.909
7	0.0715(0.0840~0.0590)	"	1.076	1.110	0.743
8	0.102 (0.119 ~0.0840)	軽量骨材粒子	1.716	1.174	0.736
9	" "	ナイロン球	1.370	1.148	0.837
10	0.0715(0.0840~0.0590)	"	"	1.096	0.872
11	0.0505(0.0590~0.0420)	"	"	1.046	0.777



写真-2.1 実験に用いた粒子の顕微鏡写真



また表中の粒子の静止摩擦角は、水流による砂粒の移動限界に関する実験において用いた土屋ら<sup>31)</sup>の方法と同様に、粒子をガラス板にニスづけし、その上に同じ粒子をのせて、静かにその板を傾斜させ、粒子が落下するときの角度を測定して求めた結果である。ただし、表-2.2においてNo.3'およびNo.5'はいずれも滑面における特性を示す。なお表-2.2には、写真-2.1に示した結果から粒子の最大および最小の大きさaおよびbを測定し、その比として定義される形状係数の平均値も示しておいた。

### 3) 実験方法

限界掃流力の測定は、床面に対象とする粒子を一様にニスづけし、風洞の流入口より約4.2mの下流に約300個から600個の同一の粒子をできるだけランダムに置き、所定の風速で定常状態になったのち、単位時間当りの粒子の移動数を測定して求めた。それと同時に、断面中央部で前述した熱線風速計を用いて、風速の測定を行った。粗面における風速分布は一般に、

$$\frac{u}{u_*} = A_r + 5.75 \log \left( \frac{z}{d} \right) \quad \dots\dots\dots (2.16)$$

で表される。ここに、 $A_r$ の値は $u_* d / \nu$ が約100以上の場合には8.5前後の値になることを考慮し、測定された風速分布に式(2.16)の関係を適用して、摩擦速度を求めた。このような方法を用いて、1つの種類の粒子に対して移動限界近傍の風速を4、5ケース変化させ、単位時間当りの粒子の移動数と摩擦速度との関係を求めることにした。

### (3) 実験結果とその考察

#### 1) 実験結果

それぞれの粒子の移動限界付近における風速の測定結果の数例を図-2.14に示す。ここで問題となるのは座標 $z$ の原点の位置であるが、これは $u$ と $\log(z/d)$ とが直線関係となることおよび前述したように $A_r \approx 8.5$ となることを考慮して定めた。

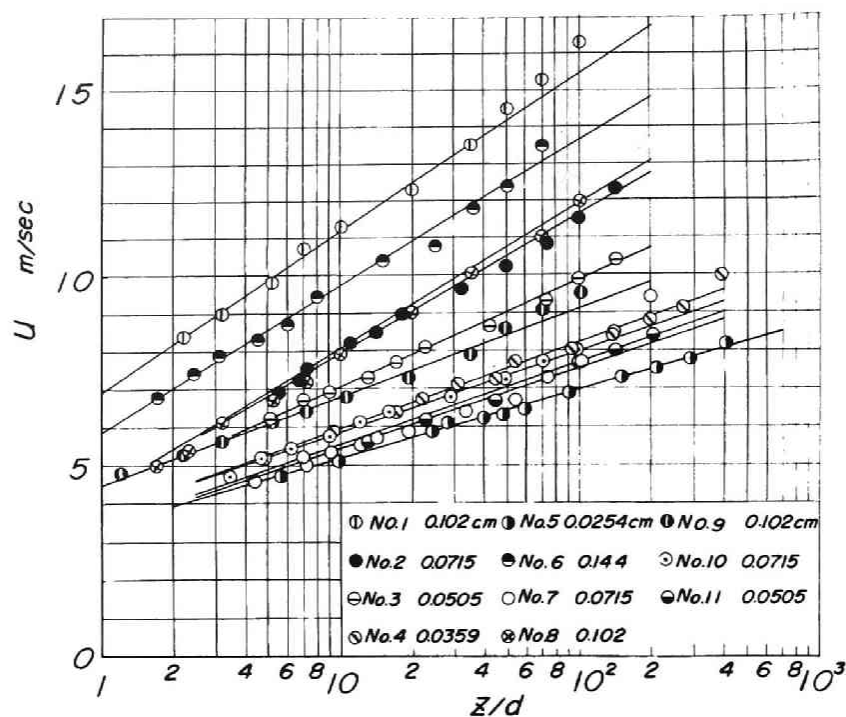


図-2.14 風速分布の数例

単位時間単位面積当りの移動数は、それを単位面積当りに露出している粒子の個数で割った  $p_0$  %/sec で表すことにした。この表示法は土屋<sup>32)</sup>によって提案されたものであって、粒径に関係なく粒子の移動限界を規定できるものと考えられる。このようにして求めた粒子の移動割合  $p_0$  %/sec と摩擦速度  $u_*$  との関係を示すと図-2.15 のとおりである。これらの結果のうち、No. 3' および No. 5' は粒径が小さくなってこ

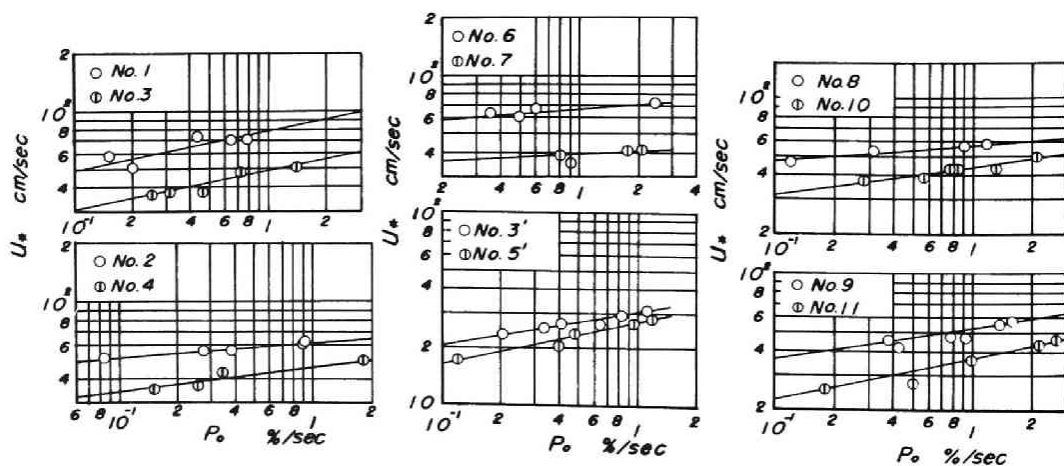


図-2.15 摩擦速度による  $p_0$  の変化

のような測定が困難であったので、滑面の床面での移動限界について同様な方法によって測定した結果である。床面付近における風速分布はこの程度の小さい  $u_* d / \nu$  の値の範囲においては、粗面との相違はなく、ただ、 $\tan \varphi$  の値のみが小さくなるので、粗面の場合と同様に考えてよいだろう。

さて、粒子の移動限界としてどのような状態をとるかは前述したようにきわめて重要であるので、ここではつぎの2つの場合について考えることにする。その第1はすでに水流の場合に対して土屋ら<sup>32), 33)</sup>によって定められた  $p_0 = 0.5\%/\text{sec}$  を移動限界とすることであって、この値は種々の流れに対する砂粒の移動限界に適用して詳細に検討されている。いま1つは、粒子の移動量が存在しなくなる時の摩擦速度である。

表-2.3は第1の移動限界すなわち  $p_0 = 0.5\%/\text{sec}$  を適用して、これに対応した摩擦速度  $u_{c*}$  を図-2.

表-2.3 粒子の移動限界の実験結果 ( $p_0 = 0.5\%/\text{sec}$  の場合)

実験番号	粒径 $d$ cm	動粘性係数 $\nu$ cm <sup>2</sup> /sec	限界摩擦速度 $u_{c*}$ cm/sec	密度比 $\sigma/\rho$	Reynolds 数 $u_{c*} d / \nu$	無次元限界掃流力 $u_{c*}^2 / (\sigma/\rho - 1) g d$
1	0.102	0.1490	68.3	2123	46.8	0.0181
2	0.0715	0.1517	58.0	2178	27.3	0.0180
3	0.0505	0.1576	43.0	2232	13.8	0.0189
4	0.0359	0.1531	41.8	2208	9.85	0.0177
5	0.0254	0.1519	33.2	2124	5.55	0.0182
6	0.144	0.1517	63.0	1015	59.8	0.0288
7	0.0715	0.1519	36.5	901	17.2	0.0190
8	0.102	0.1395	55.0	1372	40.7	0.0188
9	0.102	0.1494	45.2	1137	30.9	0.0157
10	0.0715	0.1511	40.1	1142	19.0	0.0183
11	0.0505	0.1576	32.0	1168	10.3	0.0169
3'	0.0505	0.1436	27.4	2130	9.64	0.0168
5'	0.0254	0.1394	22.8	2030	4.09	0.0267

15 から求め、Reynolds 数  $u_{c*} d / \nu$  の関数として無次元化された限界掃流力  $u_{c*}^2 / (\sigma/\rho - 1) g d \tan \varphi$  を計算した結果であるが、前述したような理由からそれぞれに対する密度比  $\sigma/\rho$  の値も付記してある。ただし、No.5 の測定値は観察によって移動限界を判定した結果である。図-2.16 は密度比  $\sigma/\rho$  の値の適当な範囲ごとに、表-2.3 の結果を図示したものであって、図中には  $\epsilon = 1$  および 0.4 に対応した限界掃流力に関する理論曲線が考察のために示されている。

一方、前述した第2の基準は  $p_0 = 0\%/\text{sec}$  となる摩擦速度の値を推定することであって、ここでは図-2.15 に示した結果を図-2.17 のように図示しかえて、 $p_0 = 0\%/\text{sec}$  となる摩擦速度  $u_{co*}$  を図中に示したような曲線で実験値から外挿して求めた。ただし、この推定法において実験値の数が少なく十分正確に推定できないものも若干あった。このようにして求められた限界摩擦速度を用いて、 $u_{co*} d / \nu$  および  $u_{co*}^2 / (\sigma/\rho - 1) g d \tan \varphi$  を計算して一括表示したものが表-2.4 である。さらに、図-2.18 は図-2.16 と同様にこの実験結果を図示したものであり、比較のために前述したと同様な理論曲線も示されている。

これらの移動限界に関する実験結果と図-2.13 に示した結果とを比較して、つぎのことがわかるであ

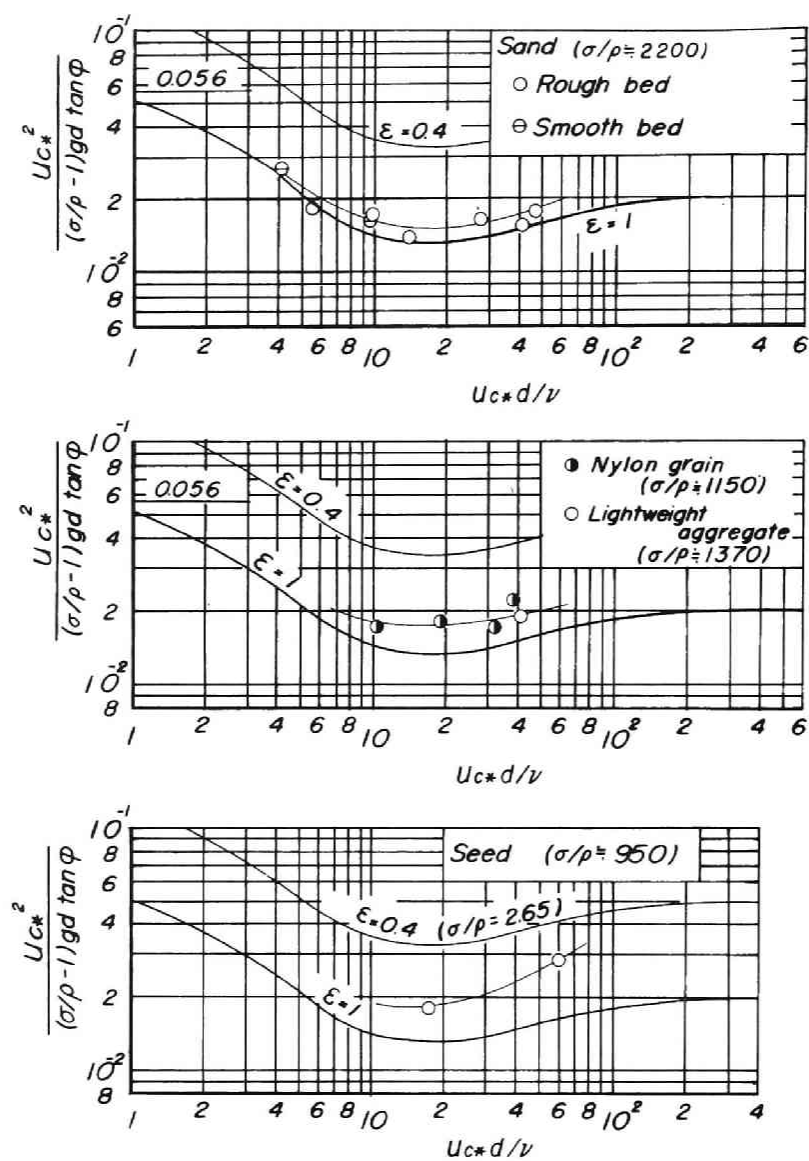


図-2.16 粒子の限界掃流力の表示 ( $p_0 = 0 \text{ \%}/\text{sec}$  の場合)

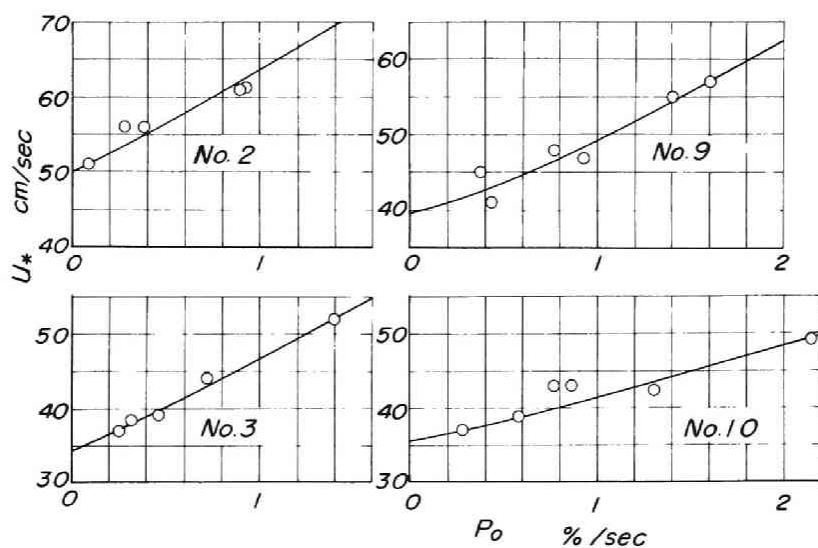


図-2.17 限界摩擦速度の推定 ( $p_0 = 0$  %/sec の場合)

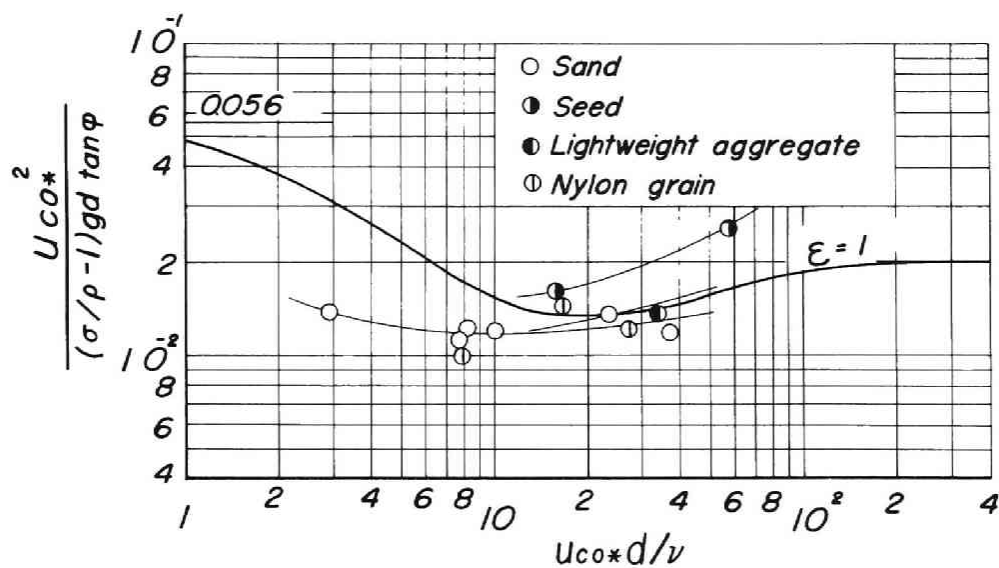


図-2.18 粒子の限界掃流力の表示 ( $p_0 = 0$  %/sec の場合)

表-2.4 粒子の移動限界の実験結果 ( $p_0 = 0 \text{ \%}/\text{sec}$  の場合)

実験番号	粒径 $d$ cm	動粘性係数 $\nu$ $\text{cm}^2/\text{sec}$	限界摩擦速度 $u_{c0*}$ cm/sec	密度比 $\sigma/\rho$	Reynolds 数 $u_{c0*}d/\nu$	無次元限界掃流力 $u_{c0*}^2/(\sigma/\rho - 1)gd$
1	0.102	0.1490	54.7	2123	37.4	0.0117
2	0.0715	0.1517	49.8	2178	23.4	0.0133
3	0.0505	0.1576	34.0	2232	10.1	0.0118
4	0.0359	0.1531	32.8	2208	7.69	0.0109
5	0.0254	0.1519	33.2	2124	5.55	0.0182
6	0.144	0.1517	59.8	1015	56.8	0.0259
7	0.0715	0.1519	33.8	901	15.9	0.0162
8	0.102	0.1395	46.2	1372	33.8	0.0133
9	0.102	0.1494	39.5	1137	27.0	0.0120
10	0.0715	0.1511	35.5	1142	16.8	0.0143
11	0.0505	0.1576	24.4	1168	7.81	0.00982
3'	0.0505	0.1436	23.4	2130	8.23	0.0122
5'	0.0254	0.1394	16.4	2030	2.94	0.0137

ろう。まず第1に、図-2.16の結果は、 $p_0 = 0.5 \text{ \%}/\text{sec}$ として求めたにもかかわらず、図-2.11に示した水流の場合より、非常に小さく現れていることであり、この事実はすでに従来の実験値について指摘したとおりであって、この移動限界の基準においても明らかにされる。また、全体的な実験値の  $u_{c*}d/\nu$  による変化は、水流の場合のそれに類似しているが、とくに密度比の影響はかなり大きいようである。この点については詳細に後述するつもりである。第2の点は図-2.13の結果と比較して、この基準による実験値は、水流の場合にはよく一致するけれども、風による場合には若干大きく表れることである。とくに  $u_{c*}d/\nu$  の値が小さい範囲においてはこの相違は著しい。つぎに、図-2.18の結果によれば、 $\tan\varphi$ として  $p_0 = 0.5 \text{ \%}/\text{sec}$  のときと同じ値を使用しても、砂粒による実験値は図-2.13に示した従来の実験結果とよく一致していることがわかる。そして、 $u_{c0*}d/\nu$  の値が小さくなくても、 $u_{c0*}^2/(\sigma/\rho - 1)gd \tan\varphi$  の値はあまり変化せず、図-2.13の結果の傾向とよく一致していることがわかる。すなわち、この事実から判断すると、風による砂粒の移動限界の判定は水流による場合と相違して、砂粒が若干移動すると考えられるいわゆる限界掃流力よりかなり小さく、飛砂量が存在しない限界の摩擦速度を表していることがわかる。

この事実は、図-2.13に示した実験値のうち、河村および Belly ら<sup>34)</sup>の結果は飛砂量が存在しない限界として求められたものであるが、この実験値はそのほかのものとよく対応していることから明らかにされる。さらにまた、 $p_0 = 0.5 \text{ \%}/\text{sec}$ の基準による場合とほぼ同様に、密度比の影響がかなり存在することも見出されるであろう。

しかしながら、以上述べた実験結果では粒径のきわめて小さい範囲の実験値がないので、 $u_{c*}d/\nu$ あるいは  $u_{c0*}d/\nu$ の値が小さくなった場合に、 $u_{c*}^2/(\sigma/\rho - 1)gd \tan\varphi$  または  $u_{c0*}^2/(\sigma/\rho - 1)gd$  の値が増大する傾向を確かめることはできない。

なお、図-2.19は水流の場合に対して土屋が図-2.15と同様な関係を求めた実験結果<sup>35)</sup>から、図-2.17と同じ方法によって流砂が存在しない限界掃流力を推定したものである。図-2.18の結果と比較して、

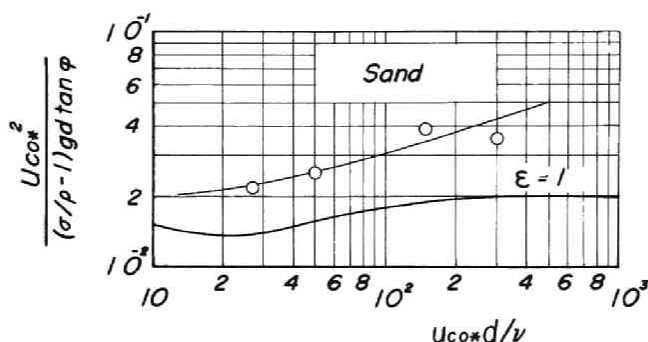


図-2.19 水流の場合の限界掃流力 ( $p_0 = 0\%/sec$  の場合)

密度比の影響をさらに明らかに知ることができよう。

## 2) 砂粒の移動限界に及ぼす密度比の影響

いま、一様な砂粒からなる床面における流れによる砂粒の移動限界を Shields<sup>17)</sup> にならって次元解析的に考察すれば、一般的につぎの関係が得られる。

$$F_1 \left\{ \frac{u_{c*}^2}{gd}, \frac{u_{c*}d}{\nu}, \frac{\sigma}{\rho}, \tan\varphi \right\} = 0 \quad (2.17)$$

さらに、前述した限界掃流力についての考察のように、流体力に対する砂粒の静的なつり合条件を考えることにすると、式 (2.17) は、

$$F_2 = \left\{ \frac{u_{c*}^2}{(\sigma/\rho-1)gd\tan\varphi}, \frac{u_{c*}d}{\nu}, \frac{\sigma}{\rho}, \tan\varphi \right\} = 0 \quad (2.18)$$

と表される。すなわち、式 (2.17) および (2.18) からわかるように、砂粒の移動限界の考察においては、式中の第1および第2の無次元量がとりあげられてきたわけであるが、もし砂粒の移動限界が流体力の変動に対して動的なつり合条件によって規定されと考えることにすると、第3の無次元量  $\sigma/\rho$  も重要な要素となるであろう。いいかえると、実験的な観察の結果によれば、砂粒はその移動限界において乱れによって微小な揺動をしているので、このような動的な挙動においては、一般に仮想質量力が重要となり、密度比を1つの無次元量としてとりあげるべきことになる。これに対して、第4の無次元量は静的または動的なつり合条件に対しても第1の無次元量に付加されと考えるので、この無次元量は独立にはあまり重要ではないであろう。

以上の考え方によって、まず図-2.16 に示した実験結果において、 $u_{c*}d/\nu$  の値を一定として、 $u_{c*}^2/(\sigma/\rho-1)gd\tan\varphi$  と  $\sigma/\rho$  との関係を示すと、図-2.20 のように表される。ただし、 $\sigma/\rho \approx 2.65$  の場合は図-2.11 に示した水流による場合の値であって、それ以外は図-2.16 に示した実験値より推定したものである。これから明らかなことは、 $u_{c*}d/\nu$  を一定とすると、 $u_{c*}^2/(\sigma/\rho-1)gd\tan\varphi$  の値は  $\sigma/\rho$  の増加に伴ってかなり急激に減少する。砂粒の移動限界の問題はこれまで飛砂の場合と流砂の場合とについて別々



に検討されてきたために、この事実は見出されていないが、この実験結果によると、密度比の影響はかなり大きいことがわかる。なお、図-2.20において  $\sigma/\rho$  の値が大きくなると、 $u_{co}^2/(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi$  の値が一定値に近づく傾向を示すが、この点については理論的な考察によって明らかにされるべきであろう。図中には、参考までに限界掃流力に関する岩垣の理論曲線 ( $\epsilon=1$  とした場合) の示す値を付記しておいた。

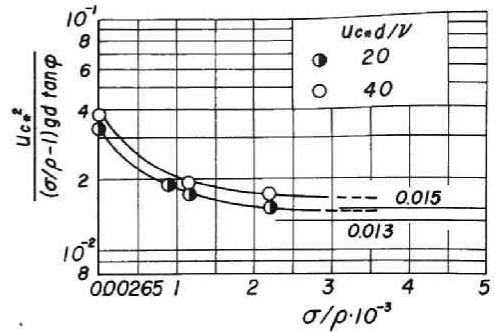


図-2.20 砂粒の移動限界に及ぼす密度比の影響 ( $p_0 = 0.5\%/sec$  の場合)

つぎに、移動限界について第2の基準  $p_0 = 0\%/sec$  を適用した場合について考察しよう。図-2.21は図-2.18に示した実験値を、図に示すような密度比ごとに実験値の示す平均的な曲線を入れ、これから  $u_{co}d/\nu$  の値が20および40の一定値に対して、 $u_{co}^2/(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi$  の値を推定し、図-2.20と同様に図示したものである。実験値は図-2.20よりは散乱しているが、まったく同様な傾向が見出される。すなわち、 $u_{co}d/\nu$  の一定値に対して、 $u_{co}^2/(\sigma/\rho-1)gd \tan \phi$  は密度比の増加とともに減少することがわかるが、一定値に漸近するかどうかは明らかでない。しかしながら、 $u_{co}d/\nu$  の大きな範囲においては  $\sigma/\rho$  の影響はかなり大きい。これに反して、 $u_{co}d/\nu$  の小さな範囲ではこの影響はあまり大きくないように考えられるが、 $\sigma/\rho$  の値の小さい粒子についてはさらに実験を追加すべきであろう。

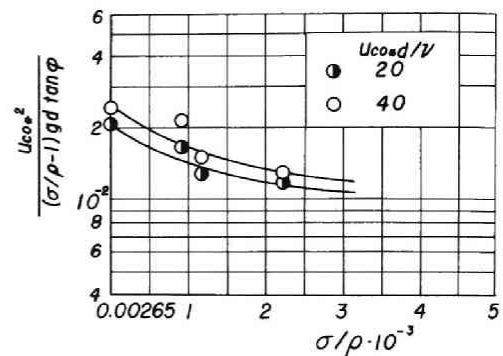


図-2.21 砂粒の移動限界に及ぼす密度比の影響 ( $p_0 = 0\%/sec$  の場合)

#### 第4節 砂粒の saltation 機構

掃流力が限界掃流力を越えると、一般に砂粒は移動を開始し、first saltationを経て、数回の継続跳躍を繰り返す。飛砂および流砂における砂粒の運動では、前述した砂粒の運動形態からもわかるように、砂粒の衝突の現象が非常に重要であるので、とくに衝突機構を主眼として展開された砂粒の saltation に関する土屋<sup>9), 11)</sup>の理論に基づいて、砂粒の saltation の機構を考察し実験結果と比較検討する。

##### (1) 転 動

第2節で述べたように、飛砂では一般に静止している砂粒はほとんど転動せず、直ちに saltation に移行するが、流砂では転動を経て saltation に移行する。ここでは、便宜上これらの過程を転動とよび、飛砂・流砂の統一的立場から砂粒の転動機構と跳躍への移行について考察する。

まず、簡単のために、床面の凹凸を無視し、砂粒の運動に対しては一律な摩擦力が作用する粗面の場を対象とする。また、砂粒の粒径に関する Reynolds 数は比較的大きく、流体抵抗としては砂粒の相対速度

の2乗に比例する場合を対象とすれば、砂粒の運動方程式はつぎのように表される。

$$\frac{dU_r}{dt} = -\frac{F}{(\pi/6)\rho d^3(\sigma/\rho+1/2)} + \left(\frac{3}{4}\right)\frac{C_D(u_1-U_r)^2}{(\sigma/\rho+1/2)d} \quad (2.19)$$

また、砂粒の中心軸に関する角運動方程式および床面との接触点での条件は、それぞれつぎのように表される。

$$(I+I_v)\frac{d\omega}{dt} = F\left(\frac{d}{2}\right), \quad \alpha_s U_r - (d/2)\omega = 0 \quad (2.20)$$

ここに、 $U_r$ ：砂粒の転動速度、 $F$ ：砂粒に作用する摩擦力、 $I$ ：砂粒の中心軸に関する慣性2次モーメントであって、球の場合には $(\pi/60)d^5\sigma$ 、 $I_v$ ：仮想質量力に対応するものであって、ここでは $(\pi/60)d^5(\rho/2)$ と仮定したもの、 $\omega$ ：砂粒の中心軸に関する角速度および $\alpha_s$ ：砂粒と床面との接触点での砂粒のすべりに関する係数であって、砂粒の回転速度の $1/\alpha_s$ がすべりによる中心の移動速度に変わることを意味する。そして、ここではこの値を一定値として取扱うことにすれば、式(2.19)および(2.20)の解はつぎのようになる。

$$\frac{U_r}{u_*} = \frac{\{1/(1+2\alpha_s/5)\}A_r^2\tau}{1 + \{1/(1+2\alpha_s/5)\}A_r\tau} \quad (2.21)$$

ここに、 $\tau = (3/4)\{C_D/(\sigma/\rho+1/2)\}(u_*t/d)$ 。土屋ら<sup>5)</sup>は、中央粒径が0.375cmのほとんど一様な砂粒で作られた粗面水路床上で行った粒径0.382cmおよび比重1.502の球状粒子の転動に関する実験結果と前述した理論に基づく砂粒の転動速度の時間的変化を比較した結果、砂粒の回転による転動速度の約1/3が砂粒の移動に変換されることを明らかにし、粒径程度のdiscreteな粗面では、この程度の滑動が存在してもよいと述べている。

つぎに、このような転動から跳躍への移行を2つの場合にわけて考察する。

(i) 飛砂のように砂粒の転動距離が粒径程度である場合：砂粒の加速が急激で、運動開始後直ちに隣接する砂粒に衝突して跳躍に移行する場合を想定すると、この場合には床面のdiscreteな性質のために、砂粒には摩擦力は作用しないとして、式(2.19)において $F=0$ とし、転動時間が十分小さい場合には、砂粒の転動速度の距離的变化は、近似的につぎのように表される。

$$\frac{U_r}{u_*} = \frac{A_r}{1 + \sqrt{(2/3)(\sigma/\rho+1/2)(x/d)/C_D}} \quad (2.22)$$

(ii) 掃流力が比較的小さい流砂のように、転動距離が粒径の数倍程度である場合：まず、転動砂粒が床面の高さ $\Delta$ の突起に衝突してそれ乗り越えるための条件は、衝突前後で砂粒の角運動量およびエネルギー保存則が成立するものとすれば、次式で与えられる。

$$\frac{U_r^2}{(\sigma/\rho-1)gd} \geq \frac{2}{\alpha_s^2} \frac{\Delta/d}{(\sigma/\rho)\{1-(10/7)(\Delta/d)\}^2} \quad (2.23)$$

この条件は、必ずしも転動から跳躍への移行限界とは一致しないが、この移行限界も式(2.23)と同様な機構によるものとして、実験結果に一致するように式中の  $\Delta/d$  の値を求めた結果 0.474 になることが示された。

以上述べた転動から跳躍に移行する場合、転動速度  $U_r$  が跳躍速度 ( $U_0, W_0$ ) にどのような関係で変換されるかは厳密に論ずることは困難であるとして、簡単につぎのように仮定された。

$$\bar{W}_0 = \beta_s \bar{U}_r \quad \dots\dots\dots (2.24)$$

ここに、 $\bar{W}_0 = W_0/u_*$ 、 $\bar{U}_r = U_r/u_*$  および  $\beta_s$  は実験的に決定されるものとする。したがって、式(2.22)および(2.23)に式(2.24)を代入し、無次元掃流力との関係で表せば、それぞれ first saltation の鉛直上昇速度は、つぎのように与えられる。

$l_m/d \leq 1$  の場合；

$$\left(\frac{\bar{W}_0}{K}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right) \frac{\beta_s^2 C_D A_r^2}{\{1 + \sqrt{(2/3)(\sigma/\rho + 1/2)(l_m/d)/C_D}\}^2} \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho - 1)gd} \quad \dots\dots\dots (2.25)$$

$l_m/d \geq 1$  の場合；

$$\left(\frac{\bar{W}_0}{K}\right)^2 = \left(\frac{15}{4}\right) \left(\frac{\beta_s}{\alpha_s}\right)^2 C_D \frac{\Delta/d}{(\sigma/\rho)\{1 - (10/7)(\Delta/d)\}^2} \quad \dots\dots\dots (2.26)$$

ここに、 $K^2 = (4/3)\{(\sigma/\rho - 1)gd/u_*^2\}(1/C_D)$  および  $l_m$ ：平均転動距離である。

## (2) First saltation

砂粒の跳躍運動においては、一般に砂粒の Reynolds 数はかなり大きい値に達するので、砂粒に働く流体抵抗としては、転動の場合と同様に、砂粒の相対速度の 2 乗に比例する抵抗則が成立するものと仮定する。また、砂粒の鉛直および水平方向の速度成分をそれぞれ  $\bar{W}$  および  $\bar{U}$  とし、簡単のためにそれぞれの方向に対して別個に運動方程式が立てられるものとすれば、それらはつぎのように表される。

$$\frac{d\bar{W}}{d\tau} = \mp \bar{W}^2 - K^2, \quad \frac{d\bar{U}}{d\tau} = (\bar{u} - \bar{U})^2 \quad \dots\dots\dots (2.27)$$

ここに、 $\bar{U} = U/u_*$ 、 $\bar{W} = W/u_*$  および  $\bar{u} = u/u_*$  である。また、 $u$  は砂粒の跳躍運動における代表流速であり、砂粒の飛高があまり大きくなく、流速分布の影響が省略されるものとして、 $u \approx A_r u_*$  とおけるものと仮定し、式(2.27)を  $\tau = 0$  において  $\bar{W} = \bar{W}_0$  という初期条件で積分して、砂粒の無次元最大飛高  $\bar{H}$  は、次式で表される。

$$\bar{H} = \left(\frac{2}{3}\right) \frac{(\sigma/\rho + 1/2)}{C_D} \ln \left\{1 + \left(\frac{\bar{W}_0}{K}\right)^2\right\} \quad \dots\dots\dots (2.28)$$

ただし、 $(\bar{W}_0/K) \ll 1$  の場合には上式は次式で近似される。

$$\bar{H} = \left(\frac{2}{3}\right) \frac{(\sigma/\rho + 1/2)}{C_D} \left(\frac{\bar{W}_0}{K}\right)^2 \quad (2.29)$$

ここに、 $\bar{H} = H/d$ 。また、床面に落下直前の砂粒の無次元鉛直速度  $\bar{W}_1$  は、

$$\bar{W}_1 = -\bar{W}_0 \quad (2.30)$$

となる。一方、砂粒の水平方向の運動は  $\tau = 0$  において  $\bar{U} = \bar{U}_0$  という初期条件で式 (2.27) を積分すれば、 $(\bar{W}_0/K) \ll 1$  の範囲では、落下直前の無次元水平速度  $\bar{U}_1$  は、次式で表される。

$$\bar{U}_1 = \bar{u} - \frac{(\bar{u} - \bar{U}_0)}{\{1 + 2(\bar{u} - \bar{U}_0)\bar{W}_0/K^2\}} \quad (2.31)$$

さらに、 $2(\bar{u} - \bar{U}_0)\bar{W}_0/K^2 \ll 1$  とすれば、無次元飛距離  $\bar{L}$  は、近似的につぎのようになる。

$$\bar{L} = \left(\frac{8}{3}\right) \frac{(\sigma/\rho + 1/2)}{C_D} \left(\frac{\bar{U}_0\bar{W}_0}{K^2}\right) \quad (2.32)$$

ここに、 $\bar{L} = L/d$ 。したがって、式 (2.29) に式 (2.25) および (2.26) を代入すれば、first saltation の無次元飛高  $\bar{H}_1$  は、つぎのようになる。すなわち、 $l_m/d \leq 1$  に対して；

$$\bar{H}_1 = \frac{1}{2} \beta_s^2 A_r^2 \frac{(\sigma/\rho + 1/2)}{\{1 + \sqrt{(2/3)(\sigma/\rho + 1/2)(l_m/d)/C_D}\}^2} \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho - 1)gd} \quad (2.33)$$

であり、また  $l_m/d \geq 1$  に対して；

$$\bar{H}_1 = \left(\frac{5}{2}\right) \left(\frac{\beta_s}{\alpha_s}\right)^2 \frac{\{1 + (1/2)(\sigma/\rho)\}(d/d)}{\{1 - (10/7)(d/d)\}^2} \quad (2.34)$$

以上の関係からつぎのことがわかる。すなわち、飛砂のように静止していた砂粒が移動を開始し、粒径程度も転動しない場合には、砂粒の飛高は無次元掃流力に比例するのに対し、無次元掃流力が比較的小さいときの流砂のように、かなり転動する場合には、飛高は無次元掃流力に対してほとんど一定になる。

飛砂における first saltation の無次元飛高と無次元掃流力の関係を表わす図-2.22 中の直線は、 $l_m = d$  として式 (2.33) を計算したものであり、 $\beta_s$  の値として実験値に一致するように決定した結果、0.92 となった。これから、計算結果と実験値がかなりよく一致することがわかる。一方、固定床における流砂の saltation の実験結果に対して、土屋ら<sup>9)</sup> が同様な比較を行った結果が図-2.23 である。この場合には実験値が少なく明確なことはわからないが、理論結果の特性を表しているといつてよいであろう。したがって、このような事実からすれば、飛砂および流砂のいずれにおいても、砂粒の saltation 開始は、転動砂粒が隣接する床面砂粒と衝突し、その反発によるものであると考えられる。しかし、従来、こうした砂粒の saltation の開始条件に対する各研究者の考え方は、とくに流砂では必ずしも一致していない。



では砂粒の初速度は存在せず、最大鉛直速度は床面離脱後に得られることであり、後者では、最大鉛直速度が床面砂粒との衝突直後に発生し、最大飛高がこれによって一義的に与えられることである。

図-2.24 は、Rossinskiy らの実験結果を用いて、流砂の saltation の無次元鉛直初速度と飛高との関係を示し、図中の直線は式 (2.29) による関係を表している。Rossinskiy らの実験値は必ずしも first saltation だけを対象としたものではないが、first saltation を含む任意の継続回数 of saltation の飛高が鉛直初速度に規定されていることがわかる。これに対して、図-2.25 は砂粒の鉛直方向の無次元加速度と掃流力との関係

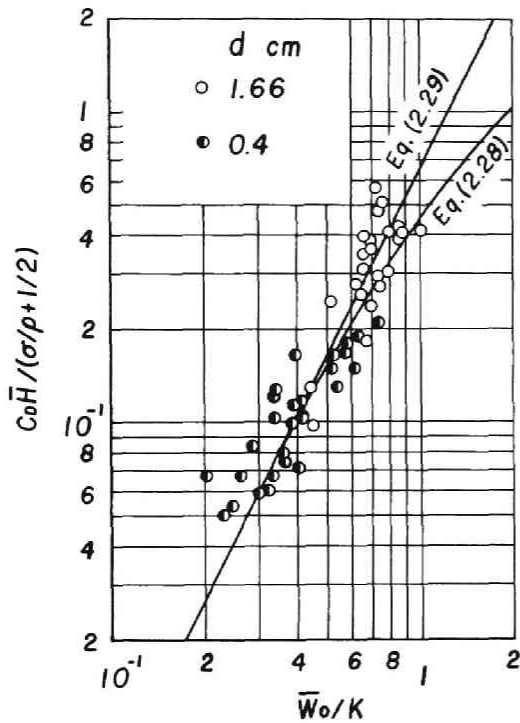


図-2.24 Saltation の鉛直初速度と飛高との関係

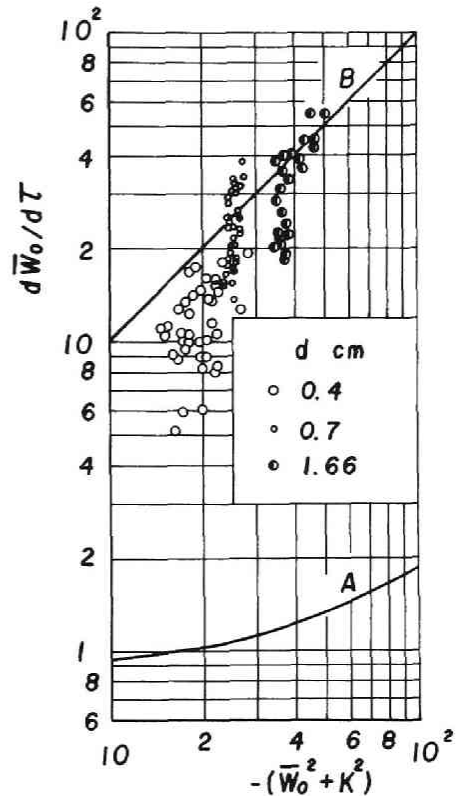


図-2.25 Saltation の鉛直加速度と掃流力との関係

と無次元掃流力との関係を図示したものである。図中の曲線 A は揚力による saltation の開始を仮定した岸ら<sup>8)</sup>による理論式を計算したものであって、次式で表される。

$$\frac{d\bar{W}}{d\tau} = C_L - \frac{3}{4} \left( \frac{K}{A_\tau} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (2.35)$$

ここに、 $C_L$ ：いわゆる揚力係数であって、Chepil によれば 0.85 となる。図中の曲線 B は式 (2.27) を表す。この図から、衝突によって saltation が始まるとして計算した曲線 B が、揚力による開始を仮定した曲線 A に比べて、実験値の傾向とかなりよく一致していることがわかるであろう。

一方、飛砂においては、Bagnold<sup>1)</sup>をはじめ Chepil<sup>24)</sup>や河村<sup>2)</sup>らによって、移動砂粒と床面砂粒の衝突による saltation の開始が指摘されており、著者の観察結果とも一致する。

以上の考察の結果から考えれば、飛砂および流砂における砂粒の saltation の開始は、床面上の静止砂粒に働く揚力が主原因になるのではなく、むしろその多くは移動を始めた砂粒と床面砂粒との衝突の結果、その反発によって鉛直方向の速度成分が与えられて saltation に移行すると考えてよいであろう。

### (3) Successive saltation

First saltation から始まって、床面で衝突と跳躍とを交互に繰り返しながら流下方向に移動する砂粒の successive saltation の現象を考えると、跳躍砂粒と床面砂粒との衝突前後の速度は、近似的に次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_0 &\approx e\bar{U}_1 \\ \bar{W}_0 &\approx e \frac{b_1\bar{U}_1 + b_2\bar{W}_1}{b_3 + b_1(\bar{W}_1/\bar{U}_1)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.36)$$

ここに、 $b_1 = (1+e)\tan\tau$ 、 $b_2 = 1 - e\tan^2\tau$  および  $b_3 = \tan^2\tau - e$  であり、 $\tau$  は図-2.4 に示したように、床面の凹凸を表す特性量と考えられている。

跳躍する砂粒の鉛直および水平方向の初速度を与えれば式(2.29)および式(2.32)によってそのときの飛高と飛距離が求められ、また式(2.30)および式(2.31)から床面に落下直前の鉛直および水平方向の速度が得られる。さらに、後者は反発運動に関する式(2.36)を用いて、つぎの saltation の初速度を与えることになる。この操作を各 saltation ごとに繰り返すことによって、successive saltation における砂粒の初速度、飛高および飛距離の変化を求めることができる。

図-2.10 における折線は、first saltation より与えられる初期条件および実験結果から求められた床面条件を与えて、前述した方法で計算した飛砂および流砂における successive saltation の計算結果である。実線は飛砂の場合に対応し、無次元代表風速  $\bar{u} = 20$ 、 $\tau_* = 0.03$ 、 $\tan\tau = 50$  および  $e = 0.91$  として求めた結果であり、破線は流砂の場合を表し、 $\bar{u} = 8.5$ 、 $\tau_* = 0.18$ 、 $\tan\tau = 26$  および  $e = 0.89$  として計算した。これから、飛砂・流砂のいずれの場合においても計算値と実験値がかなりよく一致していることがわかる。さらに、図-2.26 は砂粒の successive saltation における初速度を逐次計算した結果を示したものである。ここで反発係数および  $\tan\tau$  の値は saltation の実験結果から得られたものを用いた。この図から飛砂の場合においても first saltation の初速度に関係なく、水平および鉛直方向の速度は床面条件および掃流力に規定される定常速度に収束することがわかる。さらに、流砂の場合、定常速度に到達するまでに必要な saltation の継続回数が 3～5 回であるのに対し、飛砂では 10～15 回程度になるが、これは飛砂の方が反発係数が大きいために生ずる結果であって、次章で述べる移動床のように surface creep が発生する場合には、見かけ上の反発係数が減少し、それだけ早く定常速度に達するものと思われる。

こうした定常速度をもつ跳躍は土屋ら<sup>11)</sup>によって stationary saltation と定義され、この場合の水平および鉛直方向の無次元定常速度  $\bar{U}_s$  および  $\bar{W}_s$  は、つぎのように表されている。

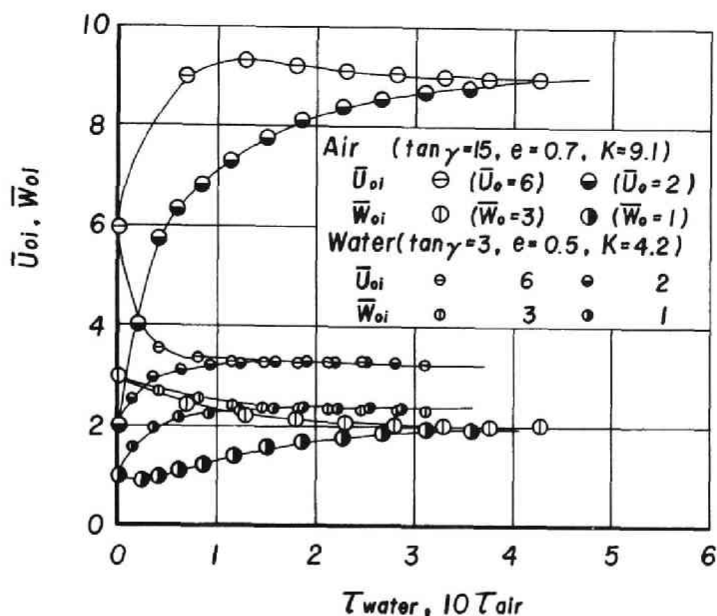


図-2.26 砂粒の継続跳躍の計算例

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_s &= \left\{ (1+e) - (1-e) \sqrt{1 + \frac{8}{3(1-e)\lambda C_D \bar{u}^2 \tau_*}} \right\} \left( \frac{\bar{u}}{2} \right) \\ \bar{W}_s &= \lambda \bar{U}_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.37)$$

ここに、 $\bar{U}_s = U_s / u_*$ 、 $\bar{W}_s = W_s / u_*$  および  $\tau_* = u_*^2 / (\sigma / \rho - 1) g d$  であって、 $\lambda$  は式 (2.2) で与えられる。  
式 (2.37) から定常速度が存在しない条件は、次式で表される。

$$\tau_* = \left( \frac{2}{3} \right) \left( \frac{1}{C_D} \right) \frac{1-e}{e \lambda \bar{u}^2} \dots\dots\dots (2.38)$$

以上の結果を用いて、砂粒が stationary saltation に達した場合の平均飛距離  $\bar{L}_{sm}$  および飛高  $\bar{H}_{sm}$  は、  
式 (2.29) および (2.32) に式 (2.37) を代入すれば、つぎのように表される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{L}_{sm} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma}{\rho} + \frac{1}{2} \right) \lambda \bar{u}^2 \left\{ (1+e) - (1-e) \sqrt{1 + \frac{8}{3(1-e)\lambda C_D \bar{u}^2 \tau_*}} \right\}^2 \tau_* \\ \bar{H}_{sm} &= \frac{\lambda \bar{L}_{sm}}{4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.39)$$

図-2.27 は飛高および飛距離と無次元掃流力との関係を示したものであり、図中の各曲線は式 (2.38) で与えられる無次元掃流力より大きい範囲において、反発係数をパラメーターとして式 (2.39) を計算したものであり、 $e = 0.91$  および  $0.89$  はそれぞれ空気中および水中で固定床上を砂粒が saltation をする場合



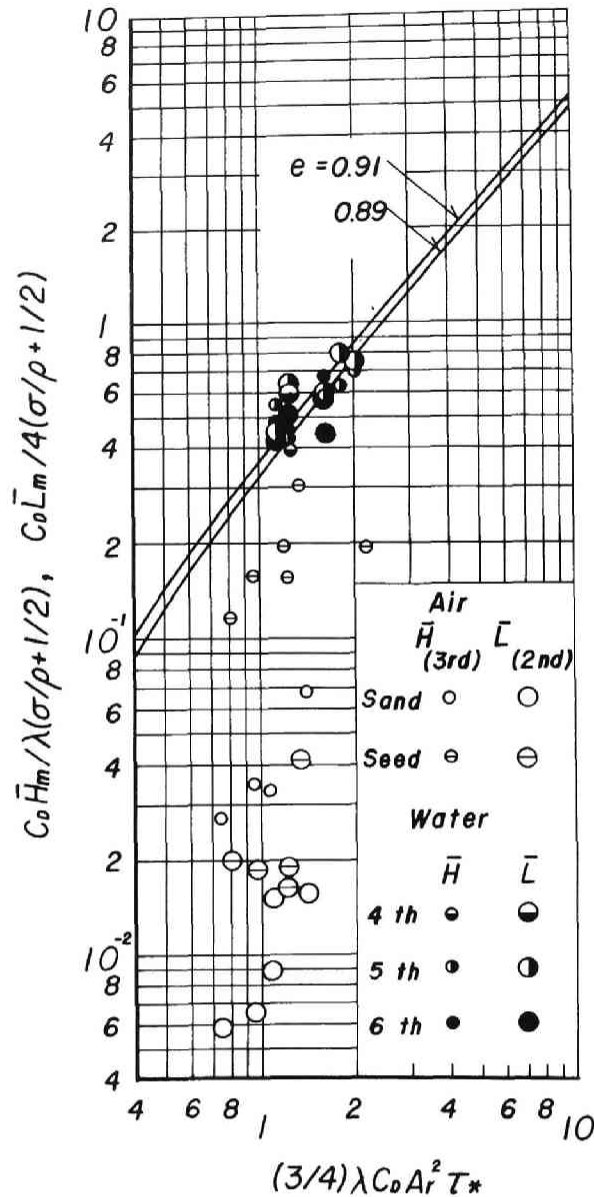


図-2.27 Stationary saltation の飛高および飛距離  
と無次元掃流力との関係

に相当するものと考えられる。これから、流砂では、3～5回の継続跳躍後の飛高および飛距離の実験値は理論曲線とよい一致を示すことがわかる。一方、飛砂では、図-2.26から10～15回のsaltationによって定常跳躍に達するものと考えられ、そのときの砂粒の飛高および飛距離の値は、図-2.10から判断して理論曲線にかなり近づくものと思われる。このように、飛砂では、すでに述べたように、すべての砂粒は必ずしもstationary saltationしておらず、1～2回程度の非定常跳躍をしている砂粒が含まれているの

で、理論との直接的な比較は困難となるわけであって、これが飛砂と流砂現象の1つの相違点とも考えられる。しかしながら、stationary saltationをしている砂粒のみを取出すことができれば、ここで示された流砂の実験結果とともに考察することができ、飛砂・流砂の両現象において砂粒がstationary saltationに達したときの飛高および飛距離は、反発係数をパラメーターとしてある程度統一できるものと考えられる。

つぎに、砂粒がstationary saltationをする場合、飛高および飛距離の確率密度関数 $f(\bar{H})$ および $f(\bar{L})$ はつぎようになる。すなわち、砂粒の衝突時の速度分布がGauss分布に従うと仮定すれば、saltationの水平方向の初速度 $\bar{U}$ の確率密度関数は、次式で表される。

$$f(\bar{U}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{1}{\sigma_{\bar{U}}} \right) \exp \left\{ -\frac{(\bar{U} - \bar{U}_s)^2}{2\sigma_{\bar{U}}^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.40)$$

ここに、 $\sigma_{\bar{U}}$ は $\bar{U}$ の標準偏差であって、

$$\sigma_{\bar{U}} = \epsilon \bar{U}_s, \quad \epsilon = \text{const.}$$

と仮定する。以上の仮定に基づいて、飛高および飛距離の確率密度関数は、それぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} f(\bar{H}) &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left( \frac{1}{\epsilon \sqrt{\bar{H}\bar{H}_{sm}}} \right) \left[ \exp \left\{ -\frac{(\sqrt{\bar{H}} - \sqrt{\bar{H}_{sm}})^2}{2\epsilon^2 \bar{H}_{sm}} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(\sqrt{\bar{H}} + \sqrt{\bar{H}_{sm}})^2}{2\epsilon^2 \bar{H}_{sm}} \right\} \right] \\ f(\bar{L}) &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left( \frac{1}{\epsilon \sqrt{\bar{L}\bar{L}_{sm}}} \right) \left[ \exp \left\{ -\frac{(\sqrt{\bar{L}} - \sqrt{\bar{L}_{sm}})^2}{2\epsilon^2 \bar{L}_{sm}} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(\sqrt{\bar{L}} + \sqrt{\bar{L}_{sm}})^2}{2\epsilon^2 \bar{L}_{sm}} \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

図-2.27 から、飛砂における固定床では、stationary saltationの飛高および飛距離が粒径の数千から数万倍になると思われるので、通常の規模の実験装置では実験が不可能であって、式(2.41)との比較ができない。したがって、飛砂の場合に対する理論式の妥当性については、次章で掃流砂粒のsaltationの実験結果を用いて行うことにする。しかしながら、流砂の場合には、すでに土屋<sup>11)</sup>によって詳細に検討され、式(2.41)の妥当性が確かめられている。

## 第5節 結 語

以上、飛砂および流砂における砂粒の運動機構を解明するための第1歩として、本章では固定床における単一砂粒の運動特性を究明することにし、まず従来実施されていなかった飛砂および流砂における砂粒の移動限界の相互関係を見出すための実験を行い、ついで飛砂における単一砂粒のsaltationに関する詳細な実験を行った。それらの結果およびRossinskiyらの水流による砂粒のsaltationに関する実験結果を用いて、saltationに関する土屋らの理論の適用性を究明しつつ、固定床における単一砂粒の運動機構について詳細な検討を加えたが、得られた主要な成果を要約すれば、つぎのとおりである。

第2節においては、砂粒における単一砂粒のsaltationの実験結果から、砂粒の運動軌跡、飛び出し角度と落下角度、床面条件および反発係数などの特性を著者の飛砂におけるsaltationの実験結果と土屋らの流砂における実験結果との比較において詳細に検討し、砂粒の運動形態を明らかにした。すなわち、飛砂で

は、微小な揺動をしながら静止していた砂粒は移動開始後、一般に隣接砂粒と衝突して直ちに saltation と呼ばれる跳躍に移行するが、その流送過程において砂粒の飛高および飛距離が著しく増大することがわかった。流砂においては、一般に砂粒は転動過程を経て跳躍に移行するが、この場合 saltation の繰り返しの伴う飛高および飛距離の増大はあまり著しくないことが、すでに土屋らによって指摘されている。このことから、風および水流による場合においては、砂粒の移動開始直後の運動形態が若干相違し、しかも saltation の継続に伴う飛高や飛距離の増加特性が異なることがわかった。そして、砂粒の saltation の特性を検討した結果、まず固定床における砂粒の反発係数の値は、飛砂では無次元掃流力に関係なく 0.91 程度であって、流砂の場合の推定値である 0.89 より大きくなり、また飛び出し角度はこの反発係数と密接に関係し、飛砂の方が流砂に比べてかなり大きくなることが見出された。そして、前述した飛砂・流砂における砂粒の飛行特性がこの反発係数の相違によって、大きく影響されることが明らかになった。

つぎに、飛高と飛距離との比で定義される無次元量  $\lambda$  の平均値は、飛砂と流砂の場合に対してそれぞれ 0.26 および 0.40 で、前者の方が小さくなっているが、両者とも無次元掃流力によってほとんど変化しないことがわかった。

第 3 節においては、飛砂および流砂における砂粒の移動限界の相互関係を追求するために、密度比の広範囲にわたる詳細な実験的研究を実施した。無次元限界掃流力  $u_{c*}^2/(\sigma/\rho - 1)gd$  と砂粒の Reynolds 数  $u_{c*}d/\nu$  との関係によって、従来の飛砂と流砂の移動限界に関する実験値を比較した結果、これら両者は非常に相違し、たとえば  $u_{c*}d/\nu$  の値が大きい範囲では、飛砂の場合の無次元限界掃流力は平均して水流の場合の約 1/2 程度以下であることが確かめられた。さらに、飛砂および流砂の移動限界を統一的に取扱うには、まずその判定基準を同一にする必要があることを指摘し、その移動限界として、土屋による床面砂粒の移動割合  $p_0\%/sec$  の値を用いることにした。その結果、 $p_0$  を水流の場合と同一の 0.5 %/sec とすると、飛砂の無次元限界掃流力に関する著者の実験値は従来の実験値に比べて若干大きくなり、 $u_{c*}d/\nu$  の小さい範囲ではその相違が顕著に現れることがわかった。これに対して、 $p_0 = 0\%/sec$  すなわち砂粒の移動量が存在しない場合の限界掃流力の実験値は、従来の実験値とよく一致することから、従来の移動限界の判定基準はこの移動限界に対応していることが明らかになった。つぎに、風および水流による砂粒の移動限界の統一的な説明を与えるために、密度比  $\sigma/\rho$  が相違する各種の粒子を用いて実験を行った結果、 $u_{c*}d/\nu$  の値を一定にすると、無次元限界掃流力は密度比の増加とともに減少することが明らかになった。この事実は  $u_{c*}d/\nu$  の値が大きい場合に対し、移動限界の基準として  $p_0 = 0\%/sec$  および 0.5 %/sec としたいいずれの場合にも見出された。

第 4 節においては、Rossinskiy らの水流による砂粒の saltation に関する実験結果と著者の風による砂粒の saltation の実験結果を用いて、saltation 機構に関する土屋らの理論の適用性を考察した。まず、第 1 の跳躍 (first saltation) に関しては、飛砂の場合、この理論に基づく飛高の計算値と実験値とがかなりよく一致することから、流体力によって移動を開始した砂粒は隣接砂粒に衝突して直ちに跳躍に移行することが明らかになった。一方、流砂ではこうした砂粒の跳躍の開始条件に対する各研究者の考え方は、必ずしも一致していないので、水流による砂粒の saltation の飛高、鉛直初速度および鉛直加速度に関する Rossinskiy らの実験結果といわゆる揚力およびここで示した衝突とその反発による saltation の開始を考

えた理論とを比較検討した結果、実験値は後者とよく一致することがわかった。したがって、これらのことから、飛砂・流砂における砂粒の saltation の開始は、床面上の静止砂粒に働く揚力が主原因になるのではなく、むしろその多くは移動砂粒と床面砂粒との衝突によって、鉛直方向の速度成分が与えられることによるものと考えることができる。さらに、first saltation から始まって、衝突と跳躍を繰り返しながら流送される successive saltation の機構を土屋らの理論に基づいて考察し、saltation に伴う飛砂および流砂における砂粒の飛高および飛距離の変化が、この理論によって説明できることを確かめた。そして、流砂では3～5回程度の successive saltation により、saltation の初速度が床面条件および無次元掃流力に規定される定常速度に達するのに対して、飛砂においては流砂に比べて反発係数が大きいので、定常速度に達する継続回数は10～15回程度にも及ぶと推定された。こうした定常速度をもつ saltation は stationary saltation と呼ばれるが、この場合の飛高および飛距離の理論値は、流砂の実験値とかなりよく一致することがすでに土屋らによって確かめられている。一方、飛砂では、実験の範囲内では1～2回程度の跳躍砂粒が含まれており、stationary saltation の計算値との直接的な比較が困難であったけれども、この比較から saltation の繰り返しに伴って砂粒の飛高および飛距離が stationary saltation の計算値に近づく傾向を示すことがわかった。したがって、この理論に基づいて、砂粒の反発係数をパラメーターとして飛砂・流砂の飛高および飛距離を表せば、両者の saltation の特性を統一できることが確かめられた。

## 参 考 文 献

- 1) Bagnold, R. A.: The Physics of Blown Sand and Desert Dunes, Mathuen & Co., 1954.
- 2) 河村龍馬：飛砂の研究，東京大学理工学研究所報告，第5巻，昭26，pp.95-112.
- 3) Owen, P. R.: Saltation of Uniform Grains in Air, Jour. Fluid Mech., Vol. 20, Part 2, 1964, pp. 225-242.
- 4) Kalinske, A. A.: Movement of Sediment as Bed Load in Rivers, Trans. A.G.U., Vol. 28, No. 4, 1947, pp. 615-620.
- 5) 土屋義人，角野 稔：水流による砂粒の運動機構に関する実験，京都大学防災研究所年報，第9号B，昭41，pp.97-107.
- 6) 矢野勝正，土屋義人，青山俊樹：掃流砂れきの saltation に関する実験，京都大学防災研究所年報，第12号B，昭44，pp.491-502.
- 7) Yalin, M. S.: An Expression for Bed-Load Transportation, Proc. ASCE, Vol. 89, HY. 3, 1963, pp. 221-250.
- 8) 岸 力，福岡捷二：河床粒子の saltation の機構と流砂量，土木技術資料，土木学会北海道支部，第23号，昭41，pp.113-120.
- 9) 土屋義人，渡戸健介，青山俊樹：水流による砂れきの saltation の機構(1)，京都大学防災研究所年報，第12号B，昭44，pp.475-490.
- 10) Tsuchiya, Y.: Mechanics of the Successive Saltation of a Sand Particle on a Granular Bed in a Turbulent Streams, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 19, Part 1, No. 152,

1969, pp. 31-44.

- 11) 土屋義人, 青山俊樹: 水流による砂れきの saltation の機構(2) - Successive Saltation の理論について -, 京都大学防災研究所年報, 第 13 号 B, 昭 45, pp.199-216.
- 12) Rossinskiy, K. I. and K. S. Lyubomirova: Jumplike Movement of a Solid Particle at the Bottom of a Turbulent Stream, Soviet Hydrogy, 1969, pp. 38-49.
- 13) Francis, J. R. D.: Experiments on the Motion of Solitary Grains along the Bed of a Waterstream, Proc. R. Soc. Lond., A. 332, 1973, pp. 443-471.
- 14) Einstein, H. A. and EL-Sammi: Hydrodynamic Forces on a Rough Wall, Reviews of Modern Physics, Vol. 21, No. 3, 1949, pp. 520-524.
- 15) Chepil, W. S.: The Use of Evenly Spaced Hemisphere to Evaluate Aerodynamic Forces on a Soil Surface, Trans. A.G.U., Vol. 39, No. 3, 1958, pp. 397-404.
- 16) Chepil, W. S.: The Use of Spheres to Measure Lift and Drag on Wind-Eroded Soil Grains, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 25, 1961, pp. 343-345.
- 17) Rouse, H.: Engineering Hydraulics, John Wiley & Sons, 1950, pp. 789-792.
- 18) White, C. M.: The Equilibrium of Grains on the Bed of a Stream, Proc. R. Soc. Lond., A. 174, 1940, pp. 322-338.
- 19) 栗原道徳: 限界掃流力に就いて, 九州大学流体力学研究所報告, 第 4 巻, 第 3 号, 昭 23, pp.1-26.
- 20) 岩垣雄一: 限界掃流力に関する流体力学的研究, 土木学会論文集, 第 41 号, 昭 31, pp.1-21.
- 21) 岩垣雄一, 土屋義人: 砂面上におかれた礫の限界掃流力について, 土木学会論文集, 第 41 号, 昭 31, pp.22-38.
- 22) Einstein, H. A.: The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, U.S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Tech. Bull., No. 1026, 1950, pp. 1-71.
- 23) Paintal, A. S.: Concept of Critical Shear Stress in Loose Boundary Open Channels, Jour. Hyd. Res., Vol. 9, No. 1, 1971, pp. 91-113.
- 24) Chepil, W. S.: Dynamics of Wind Erosion, II, Initiation of Soil Movement, Soil Sci., Vol. 60, 1945, pp. 397-411.
- 25) 千種虎正, 秋葉満寿次: 砂浜開墾地の砂粒子と風速との関係(予報), 農業土木研究, 第 1 巻, 第 1 号, 昭 4, pp.31-40.
- 26) 秋葉満寿次: 砂粒子の大きさと飛砂限界風速(続), 農業土木研究, 第 6 巻, 第 1 号, 昭 1, pp.53-60.
- 27) 内田茂男: 砂粒の飛出し風速に関する一つの解析, 治山事業参考資料第 1 輯, 林野局, 昭 24, pp. 45-56.
- 28) Ishihara, T. and Y. Iwagaki: On the Effect of Sand Storm in Controlling the Mouth of the Kiku River, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 2, 1952, pp. 1-32.

- 29) Zingg, A. W.: Wind-tunnel Studies of the Movement of Sedimentary Material, Proc. 5th Hyd. Conf., State Univ. of Iowa, Bull. 34, 1952, pp. 111-135.
- 30) Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual: Sediment Transportation Mechanics, Wind Erosion and Transportation, Proc. ASCE, Vol. 91, HY. 2, 1965, pp. 267-287.
- 31) 土屋義人：滑面水路床の下流端における洗掘限界，土木学会論文集，第80号，昭37，pp.18-29.
- 32) 土屋義人：水門下流部の洗掘限界に関する研究，土木学会論文集，第82号，昭37，pp.21-51.
- 33) 土屋義人：混合砂れきの限界掃流力に関する研究，京都大学防災研究所年報，第6号，昭38. pp. 228-253.
- 34) Belly, P. Y.: Sand Movement by Wind, U. S. Army Coastal Engg. Res. Center, Tech. Memo., No. 1, 1964, pp. 1-37.
- 35) 佐伯正治：掃流力について，京都大学卒業論文，昭28.

### 第3章 平衡状態における砂粒の流送機構に関する研究

#### 第1節 緒言

砂漠や海岸砂浜地における風による飛砂および河川における水流による流砂は、ともに流体による砂粒の輸送現象であって、それぞれ多くの研究者によって、種々の研究がなされてきた。しかしながら、実際問題としては、飛砂量や流砂量の推定が緊急かつ重要な課題であったために、砂粒の流送機構が十分解明されていない状態で、外力と砂粒の輸送量を結びつけようとする研究が多く、両現象を力学的な観点から統一的に取扱い、飛砂・流砂量則を求めようとする試みはほとんどみられなかった。掃流砂粒の運動は、一般に流れと床面との境界付近に限定され、流れの局所的変動と床面の不均一な凹凸の影響を直接受けるほかに、移動砂粒と床面の静止砂粒との交換現象を付随することが大きな特徴であるが、とくに水流による場合は、砂粒の運動層厚が粒径程度であり、測定上の問題もあって、その力学機構の詳細な考察はきわめて困難であるといえよう。したがって、流砂と類似の現象であり、かつその運動層厚が流砂に比べてはるかに大きく、種々の測定が比較的容易であると考えられる飛砂現象を力学的に追求し、その過程で流砂現象との類似点および相違点を見出すことが流砂現象を明らかにし、ひいては両現象を解明する大きな1つの糸口になるものと思われる。

従来の数多くの研究の中で、流砂機構を考察したものとして、Einstein<sup>1)</sup>の掃流砂関数はあまりにも有名である。その独創的な理論の立脚点は、砂粒の断続的な運動に対して確率的概念を導入したことおよび砂粒の移動開始が揚力によるとしたことにある。いわゆる揚力説や交換時間の評価方法などなお問題点があり、砂粒の運動の力学的特性はあまり明らかにされていないが、掃流砂粒の運動を個々の砂粒レベルでの運動に分解し、それを集団としての運動に結びつける過程で確率的特性をはじめて考慮したことは、たしかに高い評価を受けても当然であろう。また、佐藤<sup>2)</sup>はEinsteinと同様の揚力説に基づいて、揚力による力積に主眼を置いて流砂量式を誘導している。一方、Kalinske<sup>3)</sup>は単一砂粒に働く抗力と重力のつり合から流砂量式を誘導し、Yalin<sup>4)</sup>および岸<sup>5)</sup>は砂粒の1回のsaltationに関して、その平均速度、飛高および飛距離を算定し、これを用いて流砂量式を導いているが、個々の砂粒の運動を集団としての砂粒の運動に接続するところで、流砂量の実験値に一致するように実験定数を決定しているという問題点があり、この点に関して、掃流砂粒のsaltation機構を実験的に詳しく検討し、反発機構を中心とした流砂力学の理論的考察を行った土屋<sup>6), 7)</sup>の研究は、きわめて重要であるといえよう。また、これらとは別の観点から流砂量式を誘導したものとして、水流のもつエネルギーと砂粒の輸送に使われる仕事量との関係から求めたBagnold<sup>8)</sup>や砂粒の衝突によって生じるせん断応力が砂粒重量の鉛直成分とつり合うと仮定した芦田・道上<sup>9)</sup>のすぐれた研究があるが、いずれも個々の砂粒の運動特性との比較が行われていない。

一方、飛砂においてはBagnold<sup>10)</sup>が砂粒のsaltationを詳細に論じており、河村<sup>11)</sup>は単一砂粒の運動方程式から出発し、単位時間単位面積当り砂面から飛び出す砂粒の体積を摩擦速度との関係で実験的に求め、これと平均飛距離から飛砂量を求めようとしているが、saltationそのものについては実験結果と詳しく比

較していない。また、Kadib<sup>12)</sup>が運動砂粒の衝突による揚力係数の増加という形で Einstein のモデルを修正して飛砂量式を求めており、Owen<sup>13)</sup>は一定の軌跡をもつ飛砂の運動機構から砂粒濃度を直接誘導し、これと移動速度とから飛砂量を推定しているが、いずれも saltation の実験結果との詳細な検討はなされていない。

したがって、前述したように、ほとんどすべての飛砂・流砂量式は、砂粒の流送機構が十分究明されていない状態で、かなり大胆な仮定を用いて誘導されており、力学的な考察になお残された問題が少なくないといえる。

そこで本章では、平衡状態における集団として運動する掃流砂粒の流送機構を解明するために、つぎのような系統的な研究を実施する。まず、第2節では飛砂における砂粒の運動を高速度カメラで撮影し、詳細な観察とその解析結果から、飛砂現象には流砂現象の場合と同じく、7つの基本的現象があり、それらの間に移行確率があることを示し、さらに移動床における飛砂・流砂の saltation の特性を明らかにする。つぎに、第3節では定常、等流の二相流に関するエネルギー的な仮定から砂粒の運動の配分則などを考察し、砂粒の掃流機構を究明する。さらに、第4節では平衡状態における砂粒の運動の確率的な考察から、saltation 層内の密度分布および流速分布を理論的に求め、実験結果との比較検討の結果を示す。第5節ではこれらの成果を用いて、砂粒と流体を含む二相流に運動量保存則を適用して、plane bed を対象とした平衡状態の飛砂・流砂量則を誘導する。さらに、これまでの飛砂量の実験値が各実験者によって非常に相違するので、実験方法および実験条件を検討して正確な飛砂量の測定を行い、また、流砂量に関する従来の実験値を各河床形態ごとに整理し、これらの結果と理論に基づく計算結果との適合性を考察する。そして、第6節では、湿砂の限界掃流力が砂粒間に作用する表面張力のために気乾状態に比べて大きくなることに着目して、その表示式を誘導するとともに、湿砂の飛砂量則を考察し、実験値および現地観測値との比較から、その妥当性を検証する。

## 第2節 砂粒の運動形態

### (1) 実験装置および実験方法

実験装置の詳細については、第2章第2節で述べたとおりである。飛砂における砂粒の saltation の運動を解析するために用いた3種類の砂粒の特性およびそれらを用いて行った種々の実験条件、すなわち中央粒径、密度、密度比、摩擦速度および無次元掃流力の値を表-3.1に示した。

つぎに実験方法であるが、saltation 層が確実に定常状態に達していると考えられる風洞下流部の約8mの位置において、固定床と同じ方法によって砂粒の運動を16mm 高速度カメラによって撮影し、フィルムモーション・アナライザーによって、個々の砂粒の軌跡を読取った。この場合、床面形態は plane bed を対象としたが、実験開始後砂粒の saltation 層がほぼ定常になった段階においても、顕著な砂れんは発生しなかったため、砂粒の運動に対する床面波の影響はほとんど無視できると思われる。

### (2) 砂粒の運動形態

図-3.1は移動床において、多数個の砂粒が運動する saltation 層内での単一砂粒の運動軌跡を示したものである。一般に移動床では運動砂粒を撮影したフィルムの解析は非常に困難であって、図中(b)の場合



表- 3.1 移動床における saltation の実験に用いた粒子の特性と実験条件

実験番号	粒径 $d$ cm	密度比 $\rho$ gr/cm <sup>3</sup>	密度比 $\sigma/\rho$	摩擦速度 $u_*$ cm/sec	無次元掃流力 $u_*^2/(\sigma/\rho-1)gd$
1	0.225	2.528	2172	112.2	0.0262
2	"	"	"	113.0	0.0267
3	"	"	"	116.5	0.0286
4	0.184	2.550	2172	101.7	0.0266
5	"	"	"	105.9	0.0287
6	"	"	"	113.0	0.0326
7	0.144	2.528	2158	90.2	0.0267
8	"	"	"	96.6	0.0307
9	"	"	"	104.3	0.0358

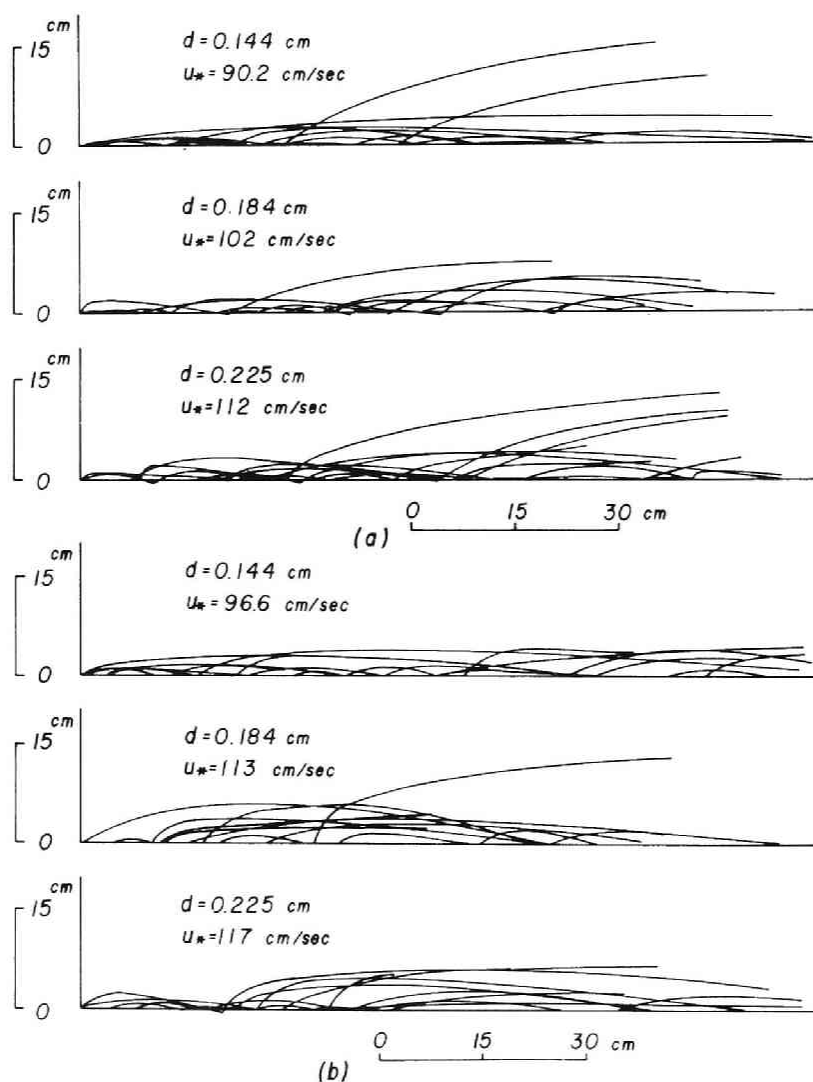


図- 3.1 移動床における砂粒の運動軌跡

は saltation 層が非常に多くの砂粒によって構成され、しかも飛砂では床面砂粒が落下砂粒の衝突によって、いわゆる surface creep と呼ばれる運動を主体とした運動を付随するために、移動開始から saltation を繰り返す単一砂粒を追跡することはきわめて困難であった。それゆえ、ここではその中からランダムに抽出した個々の砂粒の saltation の軌跡を示している。これらの図から、このような床面砂粒の可動性による見かけ上の砂粒の反発係数の減少のため、前章で述べた固定床の場合に比べて、継続跳躍の飛高および飛距離の増加率が若干小さくなることがわかる。

一方、図-3.2 は前述した方法によって矢野<sup>14)</sup>が求めた水流による掃流砂粒の運動軌跡を示したも

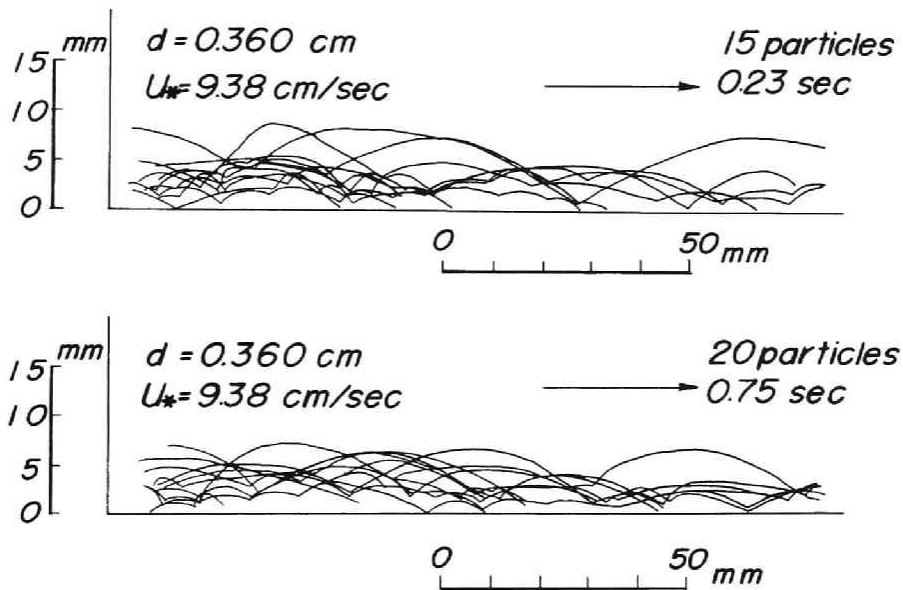


図-3.2 水流による移動床での砂粒の運動軌跡（矢野<sup>14)</sup>による）

のであり、図中の数字は解析した時間と砂粒数を表している。前章図-2.3で示した固定床の単一粒子の運動軌跡と比較すれば、個々の粒子の運動軌跡はよく類似しているが、飛砂の場合と同じく、固定床と移動床とでは砂粒の衝突特性がかなり相違すると考えられるので、粒子の運動軌跡も異ってくるのがわかる。このように、飛砂および流砂における掃流砂粒の運動は、移動床と固定床に代表される床面の特性とくに粒子の衝突特性が変わるので、前章で示した砂粒の反発機構を中心とした掃流砂粒の運動についての理論展開が有効となる。

すでに、矢野<sup>14)</sup>はこのような砂粒の衝突現象および交換現象を伴う水流による掃流砂粒の流送過程での、個々の砂粒の運動を詳細に観察し、図-3.3に示す7つの基本的現象の存在を確認し、矢印のようにそれぞれの現象に移行するものであることを指摘している。したがって、ここではこの流送過程を飛砂との関係で考察すれば、つぎのようである。

(i) 静止( $S_s$ ): 砂粒の静止状態をいい、流体力の変動によって微小な揺動を繰り返している状態も含

む。移動限界近傍では、このような揺動を行う砂粒が数多く見られるが、こうしたロッキング運動にも似た強制振動では一般に仮想質量力が重要になると考えられる。このことは、すでに前章第3節で指摘したように、同一の砂粒 Reynolds 数では、密度比  $\sigma/\rho$  が流砂の場合より約 1000 倍大きい飛砂の場合の方が無次元限界掃流力が小さくなることに対応している。

(ii) 流体力による移動の開始 ( $B_d$ )：砂粒に働く流体力としては、一般に水平方向の抗力と鉛直方向の揚力がある。床面に置かれた砂粒が最も小さい流体力によって動く運動形式

は、抗力の作用のもとに下流側の砂粒との接点を中心とした転動であって、これは実験においてもしばしば観察される。さらに、転動後の跳躍開始位置は、砂粒の相対位置や作用する流体力の大きさによって相違するが、一般に反発係数が大きい飛砂ではその距離が粒径程度以下であるのに対し、流砂では掃流力が大きければ、粒径程度であるが、小さい場合は粒径の数倍以上転動することが見出されている。

(iii) 衝突による移動開始 ( $B_c$ )：運動砂粒が砂面の静止砂粒に衝突し、これを飛び出させる現象で、それ自身が停止する場合と再び跳躍を継続する場合の2つが考えられる。飛砂におけるこの現象はつぎのような2つの特徴をもっている。その1つは、運動砂粒と床面砂粒との衝突が大変激しいので、複数の砂粒が飛び出す現象が生ずることであり、しかも、運動砂粒の速度、衝突角度および床面砂粒の位置などと関係して、静止砂粒がただちに跳躍に移行するものと、床面上を滑動および転動しその移動速度が跳躍の場合に比べてはるかに小さい、いわゆる surface creep を行うものの2種類に分けられることである。ほかの1つは、掃流力が大きくなると、運動砂粒のもつ運動量が大きくなり、床面との衝突によってこれが完全に失なわれず、したがって停止することなく再度跳躍を継続する砂粒が増加することである。一方、流砂においては、運動砂粒の衝突による衝撃力は小さいが、床面砂粒の多くは流体抵抗と摩擦抵抗との微妙な平衡関係によって静止を保っており、これらの砂粒の移動開始に対しては衝突が重要な役割を果たしていると考えられる。また、落下砂粒の運動量が飛砂に比べてかなり小さく、仮に静止砂粒が滑動および転動するにしてもその移動距離は surface creep と認めうるほど長くはないと考えられ、しかも跳躍した場合の飛高が一般に粒径程度であるから、飛砂のように両者を明瞭に区分することはできない。

(iv) 跳躍 ( $S_a$ )：一般に掃流砂粒の運動形式は、滑動、転動および跳躍の3つに分類される。前述したように、飛砂では、運動砂粒の衝突に起因し、床面から連続的な摩擦抵抗を受ける滑動および転動からなる surface creep が明確に存在する。しかしながら、これらの運動形式は、摩擦抵抗の大小およびその作用位置などに関係して変化し、しかも滑動および転動も本質的には粒径の数分の1程度の跳躍がある範囲について連続したものと考えて、ここでは跳躍の中に含めて考えることにする。

(v) 移動砂粒間の衝突 ( $C_s$ )：この現象は跳躍砂粒同志の衝突および跳躍砂粒と床面の滑動および転動砂粒との衝突の2つを含んでいる。前者については、流砂および飛砂における掃流形式による移動ではほとんど見られないのに対し、後者については、とくに飛砂において、床面最上層の多くの砂粒は surface

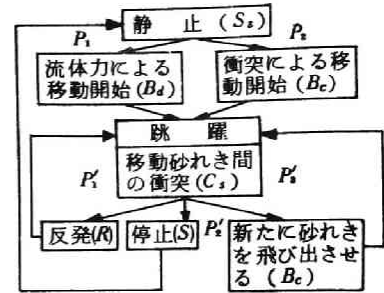


図-3.3 掃流砂粒の運動形態とその移行過程  
(矢野ら<sup>14)</sup>による)

creep をしており、この砂粒に衝突した結果、surface creep が停止せずに継続する現象がかなり顕著に見られた。

(VI) 反発 (R)：跳躍砂粒が砂面に落下して、再び跳躍に移る現象であって、こうした継続跳躍は飛砂・流砂ともに数多く観察される。

(VII) 停止 (S)：この現象は、跳躍砂粒が床面との衝突によって停止することであり、跳躍砂粒の運動量の大きさ、落下角度、衝突位置および床面の凹凸の程度と密接に関係しているものと考えられる。また、現象 S、B<sub>c</sub> および R の 3 つは、移動床の特質である運動砂粒と床面砂粒との交換現象を構成している。

土屋<sup>7)</sup>は、水流による掃流砂粒の流送過程において、これら 7 つの基本的現象の相互間にある移行確率が一定の値に近づくという事実を見出している。

一方、図-3.4 は飛砂における砂粒の saltation の停止確率の変化を無次元掃流力  $\tau_* (= u_*^2 / (\sigma/\rho - 1)gd)$  をパラメータとして示したものの 1 例である。飛砂の場合には、フィルムモーション・アナライザーによる砂粒の運動の解析がきわめて困難であるために、解析の精度は十分とはいえないが、衝突に際して運動砂粒の停止確率が存在するようである。このように、飛砂および流砂の両現象における掃流砂粒の流送過程においてとくに重要なことは、運動砂粒と床面砂粒との交換性とそれに付随した基本的現象間の移行過程の存在である。したがって、移動床と固定床においては、それらの砂面の特性によって saltation の飛高および飛距離などがかなり相違すると考えられるので、つぎ

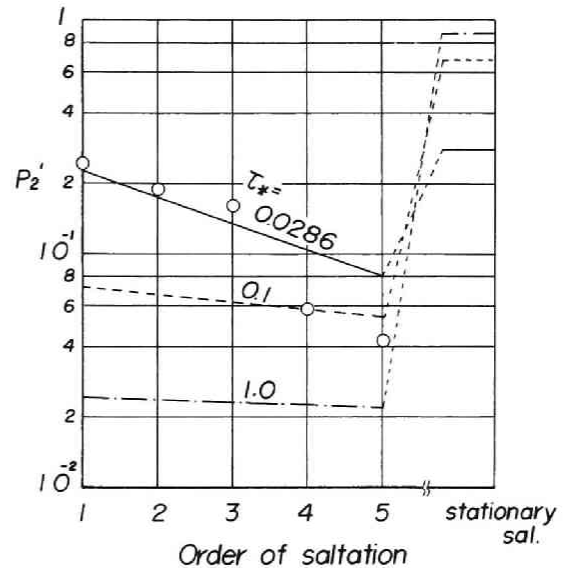


図-3.4 飛砂における砂粒の停止確率

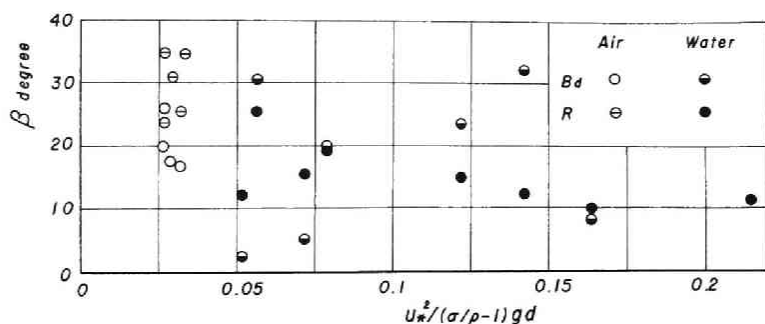
にそれらの一般的特性を調べ、前章の固定床の場合と比較して考察することにした。

### (3) 砂粒の saltation の特性

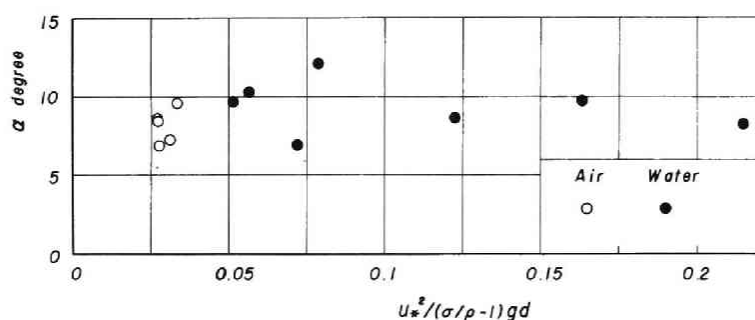
図-3.5 は砂粒の飛び出し角度  $\beta$  と無次元掃流力との関係を示したものである。固定床におけると同様に、現象 B<sub>d</sub> と R との区別は困難であったが、飛砂の飛び出し角度は 20° から 35° 程度であって、流砂の場合の値に比べて一般的にかなり大きくなっている。しかし、飛砂の場合の実験では、解析の都合上掃流力の範囲が限られてしまったので、これによる飛び出し角度の変化は明らかではない。

図-3.6 は砂粒の落下角度  $\alpha$  と無次元掃流力との関係を示したものである。これによれば、飛砂の場合、ここに示した掃流力の範囲では落下角度は約 8° ~ 10° で流砂の場合の値と大差なく、しかも図-2.7 に示した固定床の場合とほとんど同じであることがわかる。

つぎに、式 (2.1) に従って移動床における砂粒の反発係数の値を求めた結果を図-3.7 に示す。この図から、飛砂の場合には実験値が少なくて詳細な検討はできないが、その平均値は 0.72 であり、流砂の場

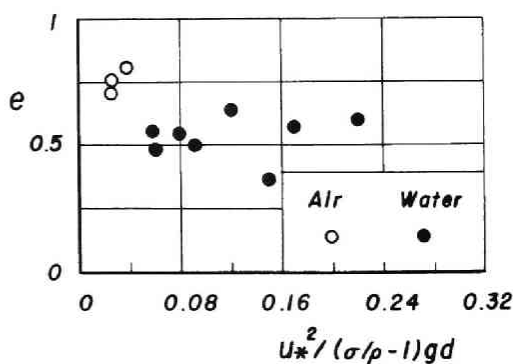


図－ 3.5 砂粒の飛び出し角度と無次元掃流力との関係



図－ 3.6 砂粒の落下角度と無次元掃流力との関係

合の 0.55 と比較してかなり大きい。したがって、砂粒の saltation に及ぼす衝突時の反発の効果は、飛砂の方が流砂の場合よりも大きいと思われる。この観点からすれば、飛砂における落下砂粒の衝突の効果を揚力係数の増加として表した Kadib<sup>12)</sup> の考え方を基本的な面で認めることができよう。図中に示した無次元掃流力の範囲では反発係数はほぼ一定であるが、飛砂では掃流力が大きくなると、跳躍砂粒の衝突によって床面の静止砂粒が surface creep と呼ばれる運動を行うため、反発係数が見かけ上減少するので、これについては次節で詳述したい。



図－ 3.7 砂粒の反発係数の無次元掃流力による変化

図－ 3.8 は図－ 2.8 と同じく、移動床における砂粒の saltation の平均飛高と飛距離の比で定義される  $\lambda$  と無次元掃流力との関係を示し、さらに図－ 3.9 は飛砂の saltation の回数による  $\lambda$  の変化を表したものである。これから、 $\lambda$  の平均値は、飛砂および流砂の場合に対してそれぞれ 0.26 および 0.40 であって、いずれも固定床における値と一致しており、また saltation の継続回数によって  $\lambda$  の値はほとんど変化しな

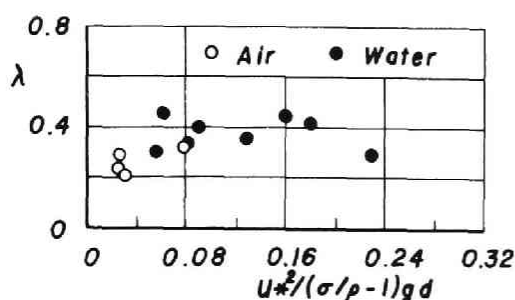


図-3.8 砂粒の saltation における  $\lambda$  と無次元掃流力との関係

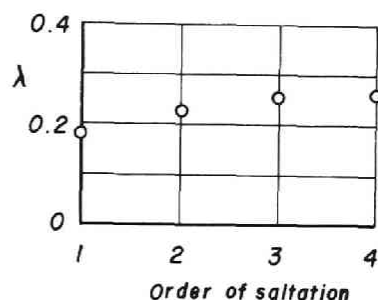


図-3.9  $\lambda$  の saltation の回数による変化

いことがわかる。したがって、この  $\lambda$  は風および水流による砂粒の saltation を規定する 1 つの重要な定数であると考えられる。

最後に、砂粒の saltation における飛高および飛距離とその分布特性について考察する。図-3.10 は saltation の回数 による無次元飛高および飛距離の変化を示したものである。この図から飛高および飛距離は saltation の回数とともに急激に増大するが、図-2.10 に示した固定床の場合と比較して、無次元掃流力がほとんど等しいにもかかわらず、その絶対値および増加割合がかなり小さくなるのがわかる。そしてこのことは両者における反発係数の大きさに関係している。図中には第2章第4節で示したのと同じ方法によって、飛砂において継続跳躍する砂粒の飛高および飛距離の計算結果を示した。このうち実線は  $\bar{u}=20$  とし、破線は飛高の実験値に対応する高さの代表風速を用いたものであるが、実験値と比較的よく一致していることがわかる。また、saltation を 6 回程度繰り返せば、初速度が床面条件と掃流力に規定される定常跳躍に達するようであり、移動床においても運動砂粒が床面の静止砂粒と衝突の際に停止せず、いわゆる砂粒の交換現象が著しくなければ、定常跳躍が存在すると考えられる。

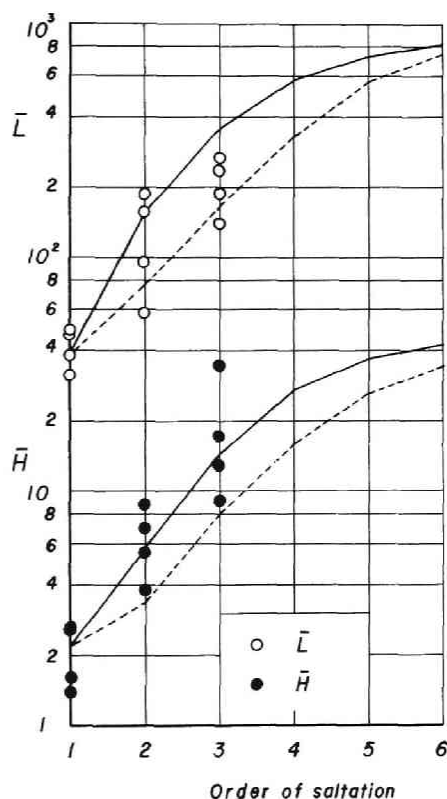
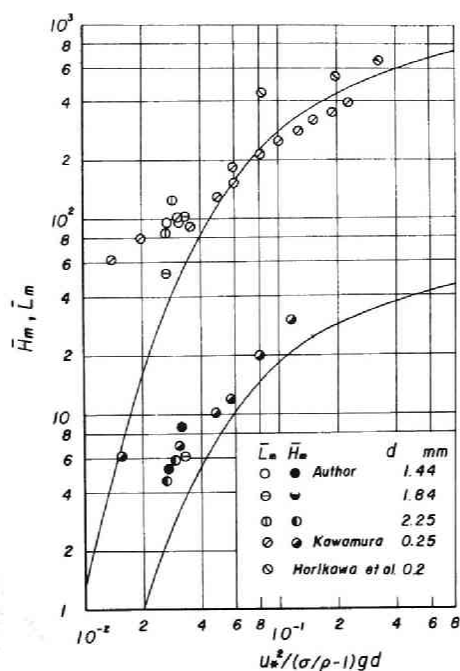
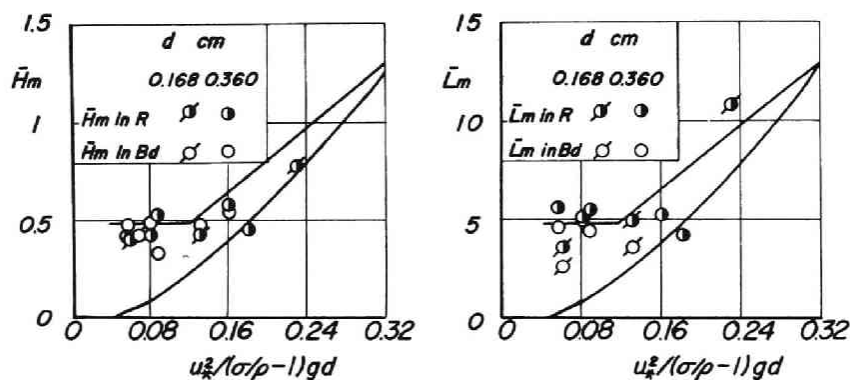


図-3.10 Saltation の回数による飛高および飛距離の変化

さらに、図-3.11 は飛砂における平均飛高および飛距離の無次元掃流力による変化を表したものであるが、それらの値は、図-3.12 に示した水流による掃流砂粒の saltation の場合に比べてはるかに大きくなっている。このことは空気中および水中における床面条件、とくに砂粒の反発係数による衝突特性の相



図一 3.11 平均飛高および飛距離の無次元掃流力  
による変化

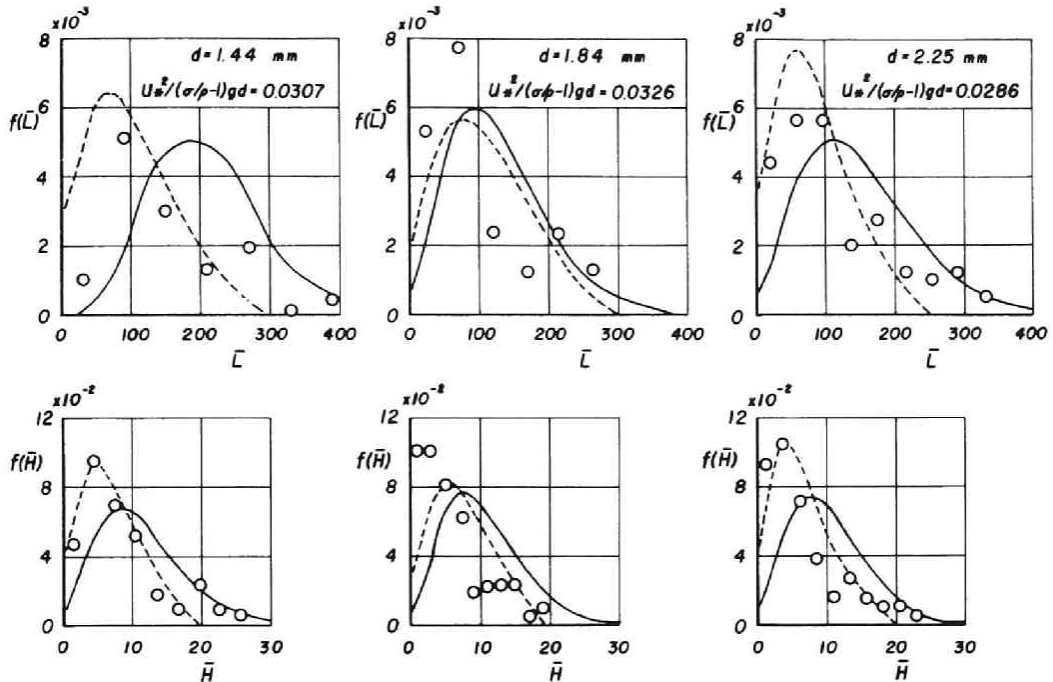


図一 3.12 水流による場合の飛高および飛距離の無次元掃流力による変化  
(土屋ら<sup>7)</sup>による)

違の影響がきわめて大きいことを示していると考えられる。ただし、飛砂の場合、飛距離に関する実験値のうち、河村<sup>11)</sup>の値は、飛砂量と単位時間単位面積当り砂面から飛び出す砂粒の質量に関する実験値から求めたものであり、また堀川<sup>15)</sup>による値は水平型捕砂器で直接測定しているが、捕砂器前面では少なからず局所洗掘が起っていると予想されるので、これらの実験値はいずれもかなりの誤差が含まれていると思われる。また、飛高に関する河村の値は、saltationの密度分布の計算値と実験値とを一致させるように逆算して得たものであり、また著者によるフィルムモーション・アナライザーによる方法も、その読取りに際して first saltation などの砂粒の運動の割合を正確に識別できない場合もあったので、やはり精度的に

若干問題が残っているといわなければならない。

移動床において多数の砂粒が運動する saltation 層内における砂粒の飛高および飛距離の分布を図－3.13に示す。無次元飛高および飛距離の平均値がそれぞれ 10 および 100 にも及ぶこれらの分布は、まず単



図－3.13 飛高および飛距離の分布特性

純な指数分布や正規分布ではなく、非対称でかなり歪んでいることがわかる。この特性を流砂の場合のこれまでの結果と比較して考察すれば、つぎのことがいえる。すなわち、流砂の実験では、飛高および飛距離の分布は、正規分布ではなく、やはり非対称であるが、その歪みは飛砂に比べて小さい。この相違の原因を考えてみると、飛砂の場合、継続跳躍を数回行った飛高および飛距離が first saltation における値の数十倍以上にも及ぶが、とくに著者の実験のように無次元掃流力が小さいと、全運動砂粒のうち 1, 2 回程度の saltation を行う砂粒がかなり多くなることによるものと推定される。一方、流砂の場合、飛高および飛距離は saltation の回数が増加しても顕著に大きくならず、ほぼ一定になるため、飛砂の場合に比べてその歪みが小さくなるであろう。このようなことから、飛砂において平均飛高などを求めようとする場合、運動砂粒と床面の静止砂粒との衝突による砂粒の交換現象に注目して、運動砂粒の配分則を明らかにする必要がある。

### 第3節 砂粒の掃流機構に関する理論

ここでは、第2章で述べた単一砂粒の運動機構に基づいて、集団として運動している saltation 層内の砂粒の掃流機構を考察する。



### 1) 移動床における砂粒の反発係数

移動床では、落下砂粒と床面の静止砂粒との衝突によって後者の砂粒が移動するが、飛砂ではこれが surface creep の要因になるといわれている。この砂粒の可動性のために、見かけ上の砂粒の反発係数が減少するものと思われる。

いま、図-2.4を参照して、落下砂粒の衝突によって砂面上の静止砂粒が水平方向に速度  $U_3$  で移動したとすれば、砂粒の衝突点の接線方向の運動量保存則は、つぎのように表される。

$$-eV_1 \cos(\gamma - \alpha) = V_2' \cos(\pi - \beta' - \gamma) + U_3 \cos \gamma \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

ここに、 $V_2'$ ：移動床における跳躍砂粒の初速度および  $\beta'$ ：その飛び出し角度である。すでに述べたように固定床においては、式(3.1)は次式のようになる。

$$-e_s V_1 \cos(\gamma - \alpha) = V_2 \cos(\pi - \beta - \gamma) \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

ここに、 $e_s$ ：固定床における砂粒の反発係数である。つぎに、

$$\left. \begin{aligned} V_1 \sin \alpha &= -W_1, & V_1 \cos \alpha &= U_1, & V_2 \sin \beta &= W_2 \\ V_2 \cos \beta &= U_2, & V_2' \sin \beta' &= W_2', & V_2' \cos \beta' &= U_2' \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

とおき、かつ式(2.36)式で表される砂粒の継続跳躍の衝突前後の速度の関係が、移動床においても成立するものと考えれば、 $U_2 \approx U_2'$  および  $(U_3/U_2) \ll 1$  の場合移動床における砂粒の反発係数  $e$  は、式(3.1)、(3.2)および(3.3)から近似的に次式のように表される。

$$e = \frac{e_s}{1 + (U_3/U_2)} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

さらに、砂粒の衝突前後において反発砂粒と床面を滑動する砂粒との水平方向の運動量が保存されるものとするれば、式(2.31)の関係をを用いて、 $(U_3/U_2)$  はつぎのようになる。

$$\frac{U_3}{U_2} = \frac{3}{2} C_D A_r^2 (1 - C)^2 (\tan \beta) \tau_* \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

ここに、 $C$ ：saltationの回数による継続跳躍の初速度の変化を等比級数で表すことによる修正係数である。したがって、式(3.4)に式(3.5)を代入すれば、反発係数は結局次式で表される。

$$e = \frac{e_s}{1 + (3/2) C_D A_r^2 (1 - C)^2 (\tan \beta) \tau_*} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

このように、移動床における砂粒の反発係数は、掃流力が大きくなると、固定床の値より見かけ上かなり減少することがわかる。また、固定床と移動床において、式(3.6)から同一の掃流力では、後者の場合の反発係数が前者の場合に比べて小さく、当然 saltationの飛高などはかなり小さくなると思われるが、こ

れは図-3.10で示した事実とよく一致しているといえよう。

## 2) 砂粒の運動の配分則

掃流形式で運動する砂粒の輸送量は、各粒径別の単位時間単位面積当り砂面から飛び出す砂粒の個数とある確率密度分布をもつ飛距離との積の和で表されるが、一様砂粒の場合には、単位時間単位面積当り飛び出す砂粒数とその平均飛距離との積で簡単に求めることができる。飛砂では、すでに図-3.1に示したように、飛距離や飛高が saltation の回数の増加とともに急激に大きくなり、first saltation と数回継続後の saltation の飛距離を比べると約 10 倍以上にもなる。したがって、その平均飛距離は頻度の一番多い first saltation での値よりもかなり大きくなると推定されるので、真の平均飛距離を求めるためには、任意断面における各回数の saltation の割合、すなわち砂粒の運動の配分則を考察しなければならない。

いま、単位幅単位長さ当りの流体のもつエネルギーを  $E_0$ 、砂粒の運動エネルギーを  $E_s$  および流体との境界面における損失エネルギーを  $E_l$  とすれば、砂粒を含む等流の二相流に関して次式が成立すると仮定する。

$$E_0 = E_s + E_l \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

第2章第4節で述べた式(2.31)の係数を用いれば、 $2(\bar{u} - \bar{U}_{0i})\bar{W}_{0i}/K^2 \ll 1$  では、第  $i$  回目の saltation の水平方向初速度および飛距離は等比数列として、近似的にそれぞれつぎのように表される。

$$\bar{U}_{0i} = r^{i-1} \bar{U}_{01} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

$$\bar{L}_i = 2(\sigma/\rho + 1/2) \bar{U}_{0i}^2 (\tan \beta) \tau_* \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

ここに、 $r = e \{ 1 + (3/2) C_D A_r^2 (\tan \beta) \tau_* \}$  であり、記号  $i$  は第  $i$  回目の saltation を示す。

Saltation 層内で運動している砂粒が  $N$  個あるとし、そのうち第  $i$  回目の跳躍をする砂粒が  $n_i$  個であるとすれば、 $E_s$  は式(3.8)および(3.9)を用いると、つぎのように表される。

$$E_s = \left( \frac{1}{2} \right) m U_{01}^2 (1 + \tan \beta) \sum_{i=1}^{\infty} n_i r^{2(i-1)}, \quad N = \sum_{i=1}^{\infty} n_i \quad \dots\dots\dots (3.10)$$

いま、単位時間単位面積当り  $N'$  個の砂粒が移動を開始し、継続確率  $P$  で跳躍を繰り返すと考えると、第  $i$  回目の跳躍で停止する砂粒の個数  $n'_i$  は、つぎのようになる。

$$n'_i = N' P^{i-1} (1 - P) \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

ここで、式(3.10)および(3.11)において、 $n_i/N \equiv n'_i/N'$  と仮定すれば、 $E_s$  は次式で表される。

$$E_s = \left( \frac{1}{2} \right) m U_{01}^2 (1 + \tan^2 \beta) N (1 - P) \frac{1 - (Pr^2)^j}{1 - Pr^2}; \quad (j = 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

等流状態では  $E_0$  が一定で、砂粒の運動エネルギー  $E_s$  が最大すなわち最大の飛砂・流砂量を保持する場合には、平衡状態の飛砂・流砂現象が起こるものとすれば、 $\partial E_s / \partial P = 0$  ( $j \rightarrow \infty$ ) から継続確率  $P$  は近似的につぎのように与えられる。

$$P \approx 1 - \frac{1}{r^2} \dots\dots\dots (3.13)$$

式(3.13)によって飛砂および流砂において運動している砂粒の停止確率  $P'_2 = 1 - P$  を計算し、6回目以上の跳躍を近似的に定常跳躍としてまとめた結果を図-3.4に示す。図中の  $d = 2.25\text{mm}$  および  $\tau_* = 0.0286$  の場合の飛砂の実験値と実線で示した計算結果は傾向がよく一致している。また、この図から  $\tau_* \gg \tau_{c*}$  (無次元限界掃流力) では、saltation層内で運動している大部分の砂粒は近似的に定常跳躍していることになり、この領域では第2章で述べた定常跳躍の力学的関係が成立すると考えられる。

### 3) 平均飛高および飛距離

Saltation層には first saltation から無限回の跳躍を繰り返している砂粒が含まれるが、数回の継続跳躍によっていわゆる定常跳躍に近づくことから、以上の結果を用いて、運動砂粒の平均飛距離は、つぎのように表される。

(i) 全運動砂粒を第1、第2回目およびそれ以上の継続跳躍を近似的に定常跳躍とする3つの集団に分けて考えた場合：

$$\bar{L}_m = 2 \left( \frac{\sigma}{\rho} + \frac{1}{2} \right) \left[ \bar{U}_{01}^2 \tan \beta + \left( \frac{\lambda}{4} \right) A_r^2 \left\{ 1 + e - (1 - e) \sqrt{1 + \frac{8}{3(1 - e) \lambda C_D A_r^2}} \right\}^2 \left( 1 - \frac{1}{r^2} \right)^2 \right] \tau_* \dots\dots\dots (3.14)$$

(ii) 第4回目以上の跳躍を定常跳躍とする4つの集団に分けて考えた場合：

$$\bar{L}_m = 2 \left( \frac{\sigma}{\rho} + \frac{1}{2} \right) \left[ \bar{U}_{01}^2 \tan \beta \left\{ 1 + r^2 \left( 1 - \frac{1}{r^2} \right) \right\} + \left( \frac{\lambda}{4} \right) A_r^2 \left\{ 1 + e - (1 - e) \sqrt{1 + \frac{8}{3(1 - e) \lambda C_D A_r^2}} \right\}^2 \left( 1 - \frac{1}{r^2} \right)^3 \right] \tau_* \dots\dots\dots (3.15)$$

飛高と飛距離の比で定義される  $\lambda$  が掃流力に関係なくほぼ一定と考えられるので、平均飛高は(i)および(ii)の場合について式(2.2)から求めることができる。

図-3.11には  $\lambda = 0.26$  および反発係数を式(3.6)で与え、それらを式(3.14)に代入して、移動床における掃流砂粒の飛高および距離を求めた結果を示してある。飛砂の飛高と飛距離に関する実験値には、前節で指摘したような精度上の問題点があるが、砂粒の運動の配分則を考慮することによって、掃流力が小さければ first saltation などが卓越し、掃流力が大きくなれば順次定常跳躍の割合が多くなるという特性をもつ式(3.14)による計算値と実験値はある程度対応していることがわかる。一方、同時に流砂についても  $\lambda = 0.40$  および  $e = 0.55$  という値をそのまま定常跳躍を表す式(2.39)に代入し、また first saltation の飛高を示す式(2.33)および(2.34)において  $\beta_s = 0.565$  としたものと、それを  $\lambda = 0.40$  として求めた飛距離の関係を図-3.12に示した。土屋ら<sup>7)</sup>が指摘しているように、掃流力が小さければ、飛高および飛距離の実験値は first saltation の跳躍に関する関係と比較的よく一致し、掃流力の大きな場合には、first saltation と定常跳躍の場合の中間に位置している。

これらの結果は、集団として運動する砂粒の掃流機構を考えるうえで非常に示唆に富んでいる。すなわち、移動床では砂面で生ずる跳躍砂粒のめまぐるしい衝突現象を中心として、砂粒の運動の停止、反発、砂面からの砂粒の飛び出しなどの現象が付随し、掃流力が小さければ first saltation などが卓越し、移動速度が比較的小さいためにそれ自身が衝突して停止する確率が、飛砂では図-3.4に示したように20~30%程度となり、流砂における土屋らの実験結果でも、床面に落下する掃流砂粒の25~30%程度停止するという事実と一致している。さらに、掃流力が大きくなると、運動砂粒のかかなりの部分が継続跳躍の結果、定常跳躍に移行していくものと考えられ、こうした事実が、飛砂および流砂において、掃流力の大小に関係なく容易に定常跳躍に達することのできる固定床の場合と本質的に相違するものといえよう。

図-3.13には上述した平均飛高および飛距離を用いて、式(2.41)によって与えられる確率密度の理論曲線が破線で示してある。流砂の場合のように、運動しているすべての砂粒が定常跳躍しているとして求めた実線で示す結果に比べて、砂粒の継続確率を考慮した破線の場合の方が実験結果とよく適合することがわかる。

このように、ここで示した飛砂・流砂における掃流機構に関する理論が、かなり多くの仮定のもとに誘導されたにもかかわらず、上述した結果などから判断して、十分妥当であるといってもよいであろう。

#### 第4節 Saltation 層内の密度分布と流速分布

Saltation 層では多数の砂粒が運動しており、ある高さの流速と砂粒の水平方向の速度を比較すると後者が常に小さくなる。したがって、saltation 層内では流れは砂粒によって運動量を奪われるから流速が減少すると考えられる。一般に、飛砂・流砂のない場合の粗面乱流の流速分布は、式(2.16)に示したように対数法則に従うが、飛砂・流砂のある場合には、saltation 層内ではこの法則からはずれ、この層外では再び対数法則に従うことは、すでに河村ら<sup>11)</sup>の実験結果をはじめ、流砂・飛砂に関する各種の実験によって裏付けられているが、その理論的取扱いは大同<sup>16)</sup>によるもの以外にはみあたらない。ここでは、まず saltation 層内の砂粒の密度分布を考察し、この結果を用いて saltation 層内における流速分布の理論式を誘導し、実験値と比較検討した結果について述べる。

##### 1) Saltation 層内の砂粒の密度分布

Saltation 層内の砂粒の密度分布を、河村が示した方法に基づいて求めることにしよう。この層内の単位体積中に含まれる砂粒の質量を $\psi$ とし、その時間的平均値を考えるものとする。砂面から単位時間単位面積当り質量 $G_0$ の砂粒が飛び出し、その中で $H$ と $H+dH$ との間の飛高をもつようなものを $G_{0H}$ とすれば、 $G_{0H}$ に属する砂粒を考えたとき、これらの砂粒の高さ $z$ における砂粒の密度 $c_A dH$ は、つぎのように与えられる。すなわち、 $z < H$ であるような水平面を考えると、この単位面積を上昇あるいは下降する $G_{0H}$ に属する砂粒数は、砂面から飛び出す $G_0$ のうち丁度 $H$ まで上昇する砂粒数 $G_0 f(H) dH$ に等しい。一方、式(2.30)によって高さ $z$ における砂粒の上昇および下降速度の絶対値は近似的に等しいから、 $c_A dH$ を構成する上昇および下降する砂粒数は等しいと考えられる。したがって、以上の考察から、次式が成立する。

$$c_A dH W_A = 2G_0 f(H) dH \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

ここに、 $W_h$ は砂粒の上昇速度であって、式(2.27)からつぎのように表される。

$$W_h = \sqrt{2g \frac{(\sigma/\rho - 1)}{(\sigma/\rho + 1/2)} (H - z)} \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

一方、 $c_h$ と実際の砂粒の密度  $c_0$  との間には、

$$c_0 = \int_z^\infty c_h dH \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

の関係が成立しているので、式(3.18)に式(2.41)、(3.16)および(3.17)を代入すると、砂粒の無次元密度  $\bar{c}$  は、つぎのように表される。

$$\bar{c}(\eta) = \frac{\bar{G}_0}{\sqrt{2\pi} a_1 \epsilon \sqrt{H_m}} \int_\eta^\infty \frac{1}{\sqrt{H(\bar{H} - \eta)}} \left[ \exp \left\{ -\frac{(\sqrt{\bar{H}} - \sqrt{\bar{H}_m})^2}{2\epsilon^2 \bar{H}_m} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(\sqrt{\bar{H}} + \sqrt{\bar{H}_m})^2}{2\epsilon^2 \bar{H}_m} \right\} \right] d\bar{H} \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

ここに、 $\bar{c} = c_0/\sigma$ 、 $\bar{G}_0 = G_0/\sigma u_*$  および  $a_1 = \sqrt{2(gd/u_*^2)(\sigma/\rho - 1)/(\sigma/\rho + 1/2)}$  である。

図-3.14は saltation 層内の砂粒の密度分布の計算結果と飛砂の場合の実験値との比較を示したものである。ただし、河村の実験値は光電管による間接的な測定値であり、著者は高速撮影したフィルムを解析し任意の高さの砂粒数を数えたものであるから、いずれも床面近傍では密度が大きく、砂粒同志の重なりなどのため測定誤差が大きいと思われるので、縦軸は高さ  $\eta$  での砂粒の密度と砂面からの高さが粒径の10

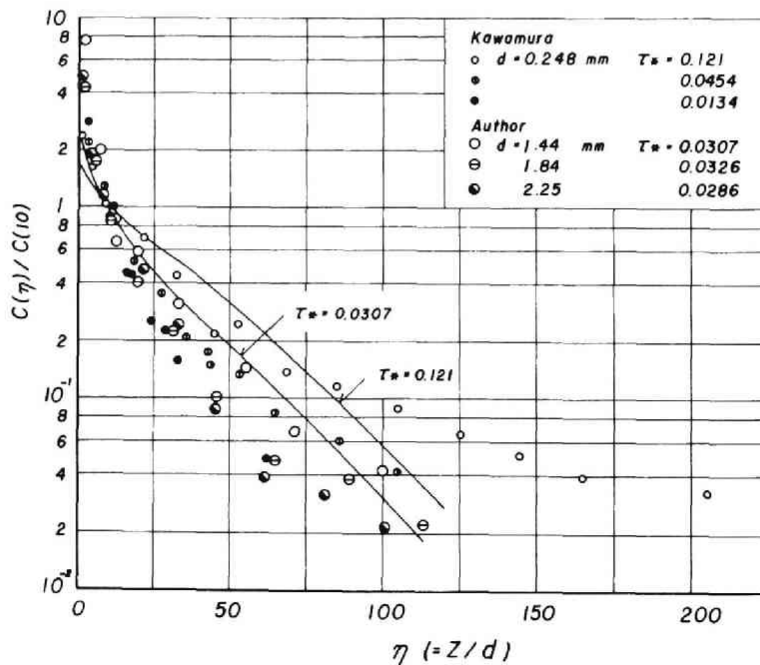


図-3.14 飛砂における saltation 層内の砂粒の密度分布の理論と実験結果との比較

倍の位置の密度との比で表してある。この図からもっとも明らかなことは、砂粒の密度が床面近傍で急激に増大することである。実験値と計算結果とを比較してみると、この砂粒密度が高さとともに減少する傾向は、床面近傍ではかなり一致するが、高さが増加すると後者がほぼ指数的に減少するのに対して、前者は

かなりばらついているのでその傾向は明らかではないけれど、河村が述べているように必ずしも指数分布していないとは結論できないように思われる。一方、図-3.15は矢野ら<sup>14)</sup>による流砂の場合の saltation 層内の砂粒の密度分布の実験結果と式(3.19)による計算結果との比較を示したもので、基準値  $c_a$  としては河床から高さ  $\eta = 0.1$  における密度を用いた。計算結果は、掃流砂粒の密度分布が河床近傍で極大値をもつ分布になることを示しており、実験値は測定精度の問題があるが、ある程度この分布に従うことが認められる。なお、 $\eta = 0$  の位置より下方に砂粒密度が存在するのは、河床に粒径程度の凹凸があるためであり、飛砂現象のように、砂粒の飛高が大きく、そ

れに比べて床面の凹凸が無視できる現象と流砂現象とはこの点においてかなり相違するといえよう。いずれにしても、飛砂および流砂において、当然のことながら砂粒密度の絶対値は、saltation 層の上部に比して床面近傍ではるかに大きいので、流速が掃流砂粒のない場合よりも減少すると推定される。

なお、浮遊砂量の算定においては、周知のように床面近傍の浮遊砂の密度をどのように推定するかは非常に重要な問題である。以下では、実用的な観点から浮遊砂の床面近傍の密度を掃流砂密度に接続させる Einstein の考え方に基づいて、saltation 層内の掃流砂粒の平均密度を求めてみることにする。Saltation 層の厚さが砂粒の平均飛高で与えられるとすれば、この層内の砂粒の平均密度  $\bar{c}_a$  は、つぎのように表される。

$$\bar{c}_a = \frac{1}{\bar{H}_m} \int_0^{\bar{H}_m} c(\eta) d\eta, \quad \bar{c}_a = c_a / \sigma \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

式(3.20)に式(3.19)を代入して積分すれば、 $\bar{c}_a$  は近似的につぎようになる。

$$\bar{c}_a \approx 2\pi \frac{\bar{G}_0 \epsilon^2}{a_1 \sqrt{\bar{H}_m}} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{\epsilon \sqrt{\pi}} - \ln \left( \frac{\sqrt{2}}{\epsilon \sqrt{\pi}} + 1 \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

また、この関数は  $\bar{G}_0$  として後述の式(3.42)を用いれば、 $(\tau_{c*} / \tau_*) \ll 1$  の範囲では、つぎのように表さ

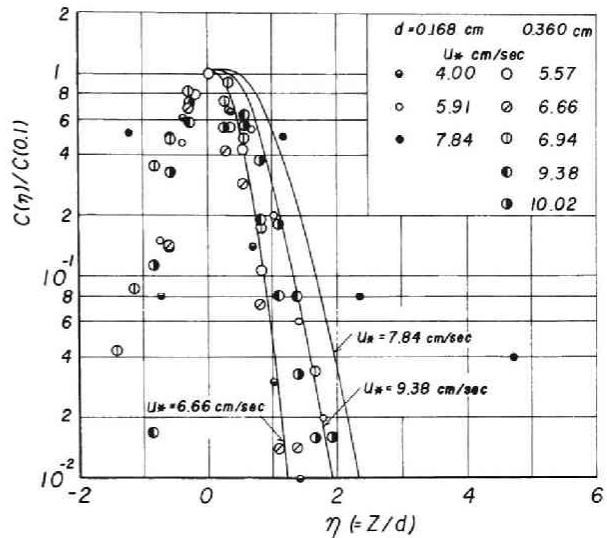


図-3.15 流砂における saltation 層内の砂粒の密度分布の理論と実験結果との比較

れる。

$$\bar{c}_a = \frac{8\pi}{e(1-e)\lambda^2 A_r^2} \left(\frac{\sigma}{\rho}\right) (\tan \beta_m) \epsilon^2 \left\{ \frac{\sqrt{2}}{\epsilon\sqrt{\pi}} - \ln\left(\frac{2}{\epsilon\sqrt{\pi}} + 1\right) \right\} \left(1 - \frac{\tau_{c*}}{\tau_*}\right) \quad (3.22)$$

式(3.22)によれば、saltation層内の砂粒の平均密度は、 $\tau_*$ が大きくなるにつれてほぼ一定値に近づくことがわかる。この $\tau_*$ が実際の浮遊砂の密度に接続するかどうかは、砂粒の運動が掃流から浮遊へ移行する過程を、乱れとの関係で力学的に解明しなければならないことはいうまでもないであろう。

## 2) Saltation層内の流速分布

いま、saltation層内において、流体の時間的平均速度は床面に平行で、その大きさは床面からの高さ $z$ だけの関数で表せるものとする。床面に平行な面を考えると、流体の速度変動に起因して、単位時間単位面積当り、この面を横切り、上昇あるいは下降する流体の運動量に差が生じ、これがいわゆる Reynolds 応力を与える。さらに、同様の考え方から、跳躍砂粒はそれぞれ異なる速度でこの面を横切って上昇あるいは下降しているので、この運動量による付加応力の存在が考えられる。したがって、等流状態において、前者によるせん断応力を $\tau_w$ 、後者によるせん断応力を $\tau_s$ とすれば、全せん断応力 $\tau$ は、これらの和で表される。

$$\tau = \tau_w + \tau_s \quad (3.23)$$

一方、この $\tau_s$ は、つぎのようにして求めることができる。すなわち、式(2.27)および(2.29)から、高さ $\eta$ における上昇あるいは下降する跳躍砂粒の鉛直速度は、 $(\bar{W}_0/K \ll 1)$ の場合には、次式で表される。

$$W = \pm a_1 u_* \sqrt{\bar{H} - \eta} \quad (3.24)$$

同様に、式(2.27)および(3.24)から跳躍砂粒の水平速度は、次式で表される。

$$U = U_0 + a_1 u_* (\sqrt{\bar{H} + \sqrt{\bar{H} - \eta}}) (A_r - \bar{U}_0)/K^2 \quad (3.25)$$

したがって、式(3.24)および(3.25)から、高さ $\eta$ における上昇あるいは下降する跳躍砂粒の運動量の差 $(UW)$ は、

$$W_0 = U_0 \tan \beta \quad (3.26)$$

の関係をを用いれば、つぎようになる。

$$(UW) = - \frac{3C_D}{(\sigma/\rho + 1/2)} (\bar{H} - \eta) \{ A_r - a_1 (\cot \beta) \sqrt{\bar{H}} \}^2 u_*^2 \quad (3.27)$$

砂粒の飛高 $H$ は、式(2.41)で示すような確率密度関数 $f(H)$ をもっているため、 $(UW)$ の平均値 $\langle UW \rangle$ は、次式で与えられるものと仮定する。

$$\langle UW \rangle = \int_0^\infty (UW) f(H) dH \quad \dots\dots\dots (3.28)$$

Saltation 層内の任意の水平面を単位時間に横切り，上昇および下降する砂粒の個数が等しいと考えると，砂粒の運動による付加応力  $\tau_s$  は，結局つぎのように表される。

$$\tau_s = -c_0 \langle UW \rangle \quad \dots\dots\dots (3.29)$$

Prandtl<sup>17)</sup> によって示された運動量輸送理論を適用し，式(3.29)を式(3.23)に代入すれば，全せん断応力は，つぎのように表される。

$$\tau = \rho \left(1 - \frac{c_0}{\sigma}\right) l^2 \left(\frac{du}{dz}\right)^2 - c_0 \langle UW \rangle \quad \dots\dots\dots (3.30)$$

ここに， $l$ ：混合距離である。式(3.30)において， $l \equiv \kappa z$  ( $\kappa$ ：Kármán 定数)とし，床面近傍ではせん断応力  $\tau$  が一定であると仮定すれば， $(\sigma/\rho) \bar{c} \ll 1$  の範囲で，流速  $\bar{u}$  は次式のように与えられる。

$$\bar{u} = \int_{\eta_0}^{\eta} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \bar{c} \left( \frac{\rho}{\sigma} + \bar{F} \right) \right\} \frac{1}{\kappa \eta} d\eta \quad \dots\dots\dots (3.31)$$

ここに， $\bar{u} = u/u_*$ ， $\bar{F} = \langle UW \rangle / u_*^2$  であり， $\eta_0$  は床面のきわめて近くでは，せん断応力に流体の粘性と床面の凹凸の影響による項を加えなければならないが，簡単に Reynolds 応力だけで表したことを補正するためのものである。

さて，式(3.31)の解を求めるにあたって，たとえば，密度分布を表す式(3.19)を代入しても，そのままでは解析解は得られないので，さらに若干の近似化を行うことにする。まず，式(3.19)で表される砂粒の密度  $\bar{c}(\eta)$  は， $(\eta/\bar{H}_m) \ll 1$  の範囲においては，つぎのように近似される。

$$\bar{c}(\eta) = \frac{2G_0}{a_1 \sqrt{\bar{H}_m}} \frac{1}{1 + (1/\varepsilon)(\sqrt{2/\pi}) \sqrt{\eta/\bar{H}_m}} \quad \dots\dots\dots (3.32)$$

つぎに，式(3.28)に式(2.41)および(3.27)を代入し， $(\eta/\bar{H}_m) \ll 1$  の範囲で近似してその積分を行うと，結局  $\bar{F}$  はつぎのように表される。

$$\bar{F} = - \frac{3C_D}{(\sigma/\rho + 1/2)} \bar{H}_m \{ A_r - a_1 (\cot \beta) \sqrt{\bar{H}_m} \}^2 \frac{1}{1 + \eta/\bar{H}_m} \quad \dots\dots\dots (3.33)$$

そこで，式(3.31)に式(3.32)および(3.33)を代入すれば，saltation層内の流速  $\bar{u}$  は，結局次式のよう表される。

$$\bar{u} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\eta}{\eta_0} + \frac{1}{\kappa} \frac{e}{1-e} (\tan \beta) \left[ \frac{2}{\bar{H}_m} \ln \left( \eta_1 \frac{\sqrt{\eta}}{1 + C_1 \sqrt{\eta/\bar{H}_m}} \right) - \frac{3}{16} C_D \{ A_r - \sqrt{2} (\cot \beta) \right.$$



$$\times \sqrt{\frac{\bar{H}_m}{(\sigma/\rho + 1/2) \tau_*}} \}^2 \left[ \ln \left( \eta_1 \frac{\sqrt{\eta}}{1 + C_1 \sqrt{\eta/\bar{H}_m}} \right) - C_2 \left\{ C_1 \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{\bar{H}_m}(\eta - \eta_0)}{\bar{H}_m + \sqrt{\eta_0 \eta}} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \ln \left( \eta_2 \frac{\sqrt{1 + \eta/\bar{H}_m}}{1 + C_1 \sqrt{\eta/\bar{H}_m}} \right) \right\} \right] (\tau_* - \tau_{c*}) \quad \dots\dots\dots (3.34)$$

ここに、 $C_1 = \sqrt{2}/\varepsilon\sqrt{\pi}$ 、 $C_2 = \varepsilon^2\pi/(1 + \varepsilon^2\pi)$ 、 $\eta_1 = (1 + C_1\sqrt{\eta_0/\bar{H}_m})/\sqrt{\eta_0}$  および  $\eta_2 = (1 + C_1\sqrt{\eta_0/\bar{H}_m})/\sqrt{1 + \eta_0/\bar{H}_m}$  であり、 $\eta_0$  はつぎのように考えられる。すなわち、飛砂・流砂がない場合には、式(3.34)は右辺第1項のみが残り、これが流速分布の対数則を表し、完全粗面乱流の場合、Nikuradse<sup>18)</sup>による相当砂粒粗度  $k_s$  を用いると、つぎのように変形できる。

$$\bar{u} = A_r + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\eta}{(k_s/d)} \quad \dots\dots\dots (3.35)$$

ここに、 $A_r = -(1/\kappa) \ln \{ \eta_0/(k_s/d) \} \approx 8.5$  である。式(3.34)の右辺第2項は無次元掃流力の複雑な関数であり、一般に負となるので、これが飛砂・流砂による流速の減少量を表しているといえよう。ここでは、以上の考察を検証するために、saltation 層が比較的厚い飛砂の場合の実験結果と比較することにする。

図-3.16 は風洞における飛砂の場合の風速分布の実験値と計算結果との比較を示す。この図からまず明らかなことは、飛砂がある場合でも  $\eta$  の値が数十以上では、風速は無次元高さ  $\eta$  とともに対数的に増大し、その勾配は飛砂のない場合の5.75にはほぼ等しいことである。また、これらの実験の中で最大の無次元掃流力  $\tau_*$  は0.3で、その場合の砂粒の平均飛高  $\bar{H}_m$  は図-3.11から30程度であると推定されるが、図-

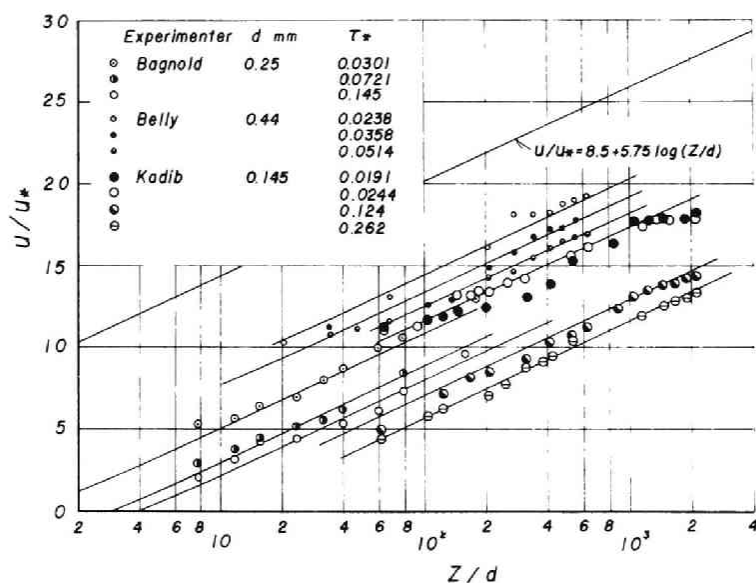


図-3.16 Saltation層内の風速分布

3.16 からこの高さ以下では風速が対数分布から若干ずれていることがわかる。そして、saltation 層外においても、その風速は saltation 層内の飛砂の影響のため、飛砂のない場合の風速に一致しないことが見出される。一方、前述した理論的考察では、 $\tau_0$  の値が正確に判明しないので、 $A_f$  を 8.5 として saltation 層外の風速の実験値と計算値とが一致するようにして求めた結果を図-3.17 に示した。この図から、飛砂のある場合の無次元掃流力による無次元相当砂粒粗度  $\bar{k}_s$  の変化は、図中に示した式 (3.14) から求められる砂粒の平均飛距離の場合と傾向がかなり一致し、その値は平均飛距離の約 1/2 ~ 1/3 程度であることがわかる。図-3.16 には、この  $\bar{k}_s$  を用いて saltation 層内の風速分布を求めた結果を実線で示してある。実験値と計算結果との一致はほぼ満足できるものであって、後者もやはり  $\eta < 30$  で対数分布からはずれ、若干大きくなるのがわかる。なお、相当粗度に関してはさらに詳細な研究が必要であることはいうまでもないであろう。

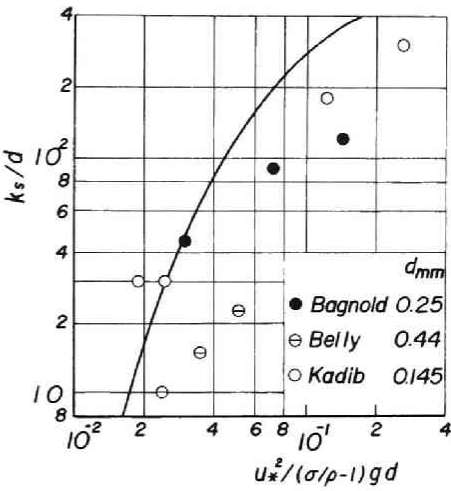


図-3.17 相当砂粒粗度の無次元掃流力による変化

### 第5節 飛砂・流砂量則の表示

ここでは、以上述べた砂粒の流送機構についての力学的関係を用いて、まず砂粒と流体を含む二相流に運動量保存則を適用し、いわゆる plane bed を対象とした平衡状態の飛砂・流砂量則を誘導する。つぎに、これまでの飛砂量の実験値が各実験者によって非常に相違するので、実験方法および実験条件を詳しく検討して、正確な飛砂量の測定を行うとともに、従来の流砂量の実験値を各河床形態ごとに整理して、前述した飛砂・流砂量則と比較検討した結果を述べる。

#### 1) 飛砂・流砂量則の誘導

##### (1) Saltation による飛砂量および流砂量

いま、飛砂あるいは流砂を含んだ流れに運動量保存則を適用するにあたり、いわゆる plane bed の床面形態を対象として、たとえば流砂の場合には図-3.18に示すように水面、床面および微小距離  $\delta x$  だけ離れた2断面 AB および CD によって囲まれた検査面 ABCD を考える。砂粒の飛高が水深に比べて十分小さいとすれば、検査面 ABCD に対する  $x$  方向の運動量保存則から、流れが等流で流砂が平衡状態では、次式が成立する。

$$\tau_0 = \tau_s + \tau_f \quad \dots\dots\dots (3.36)$$

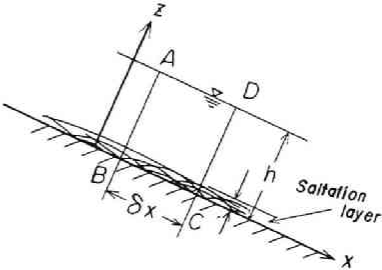


図-3.18 支配断面の模式図

ここに、 $\tau_0$  : 床面に作用する全せん断応力、 $\tau_s$  : 運動砂粒と静止砂粒との衝突によって生ずるせん断応

力および  $\tau_f$  : 流体によるせん断応力である。

Bagnold<sup>10)</sup>や河村<sup>11)</sup>らの実験結果によって、飛砂現象が存在する場合には、砂面近傍の風速は saltation 層外の風速の大小に関係なく常に一定に保たれることが確認されている。このことは流砂に対しても適用される事実であるが、同時に飛砂・流砂において平衡状態が成り立つためには、床面から流体力によって飛び出す砂粒の割合が流下方向に変化しないはずである。したがって、床面近傍では流体によるせん断応力が静止砂粒を移動可能な状態に保持する力、すなわち限界掃流力に等しいと考えられるので、近似的に、

$$\tau_f \approx \tau_c \quad \dots\dots\dots (3.37)$$

とおけよう。

さて、砂粒が継続跳躍しているとすれば、落下砂粒の水平方向の運動量  $mU_1$  は衝突の瞬間  $mU_0$  に変化し、その差が床面に働く力になると考えると、つぎの関係が得られる。

$$\Delta F_x = m(U_1 - U_0)/\Delta T \quad \dots\dots\dots (3.38)$$

ここに、 $\Delta T$  : 力の作用時間および  $\Delta F_x$  :  $x$  方向の力の成分である。同様に、多数の砂粒が saltation の運動をし、単位時間単位面積当り  $n$  個の砂粒が床面の砂粒と衝突するものと考えれば、 $\Delta T$  時間に平均して  $n\Delta T$  個の砂粒が衝突するので、床面に働くせん断応力  $\tau_s$  は、つぎのようになる。

$$\tau_s = m \sum_{i=1}^n (U_{1i} - U_{0i}) \quad \dots\dots\dots (3.39)$$

ここに、 $U_{1i}$  および  $U_{0i}$  : それぞれ  $i$  砂粒の衝突前後の水平方向の速度である。砂粒の飛高と鉛直速度との関係を与える式 (2.29) および継続跳躍における衝突前後の水平速度の関係を表す式 (2.36) を式 (3.39) に代入すれば、 $\tau_s$  は飛高との関係で次式のように表される。

$$\tau_s = m \left( \frac{1}{e} - 1 \right) \sqrt{\frac{2g(\sigma/\rho + 1/2)}{(\sigma/\rho - 1)}} \sum_{i=1}^n \sqrt{H_i} \cot \beta_i \quad \dots\dots\dots (3.40)$$

ここに、 $H_i$  : 砂粒  $i$  の飛高である。さらに、飛高の分布を表す式 (2.41) を用いて上式の全砂粒についての平均値を計算すると、 $\tau_s$  は平均飛高  $H_m$  を用いて、つぎのように表される。

$$\tau_s = nm \left( \frac{1}{e} - 1 \right) (\cot \beta_m) \sqrt{\frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + 1/2}} \sqrt{2gH_m} \quad \dots\dots\dots (3.41)$$

式 (3.36) に式 (3.37) および (3.41) を代入すれば、単位時間単位面積当り砂面に落下する砂粒の質量  $G_0$  は、次式で表される。

$$G_0 = \frac{e}{1-e} (\tan \beta_m) \sqrt{\frac{\sigma/\rho + 1/2}{\sigma/\rho - 1}} \frac{\tau_0 - \tau_c}{\sqrt{2gH_m}} \quad \dots\dots\dots (3.42)$$

ここに、 $G_0 = nm$  であり、平衡状態では単位時間単位面積当り床面から飛び出す質量に等しい。したがっ

て、飛砂量および流砂量  $q'_s$  は、

$$q'_s = G_0 L_m \quad \dots\dots\dots (3.43)$$

で与えられるので、式(3.43)に式(3.42)を代入して、 $q'_s$  はつぎのように表される。

$$q'_s = \frac{e}{1-e} (\tan \beta_m) \sqrt{\frac{\sigma/\rho + 1/2}{\sigma/\rho - 1}} \frac{(\tau_0 - \tau_c)}{\sqrt{2g}} \frac{L_m}{\sqrt{H_m}} \quad \dots\dots\dots (3.44)$$

式(2.2)を式(3.43)に代入すれば、無次元飛砂量および流砂量  $q_{s*}$  は、結局次式で表される。

$$q_{s*} = \sqrt{2} \left( \frac{e}{1-e} \right) \frac{\tan \beta_m}{\sqrt{\lambda}} \sqrt{(\sigma/\rho + 1/2)} \sqrt{L_m} \frac{\tau_* - \tau_{c*}}{\sqrt{\tau_*}} \quad \dots\dots\dots (3.45)$$

ここに、 $q_{s*} = q_s / u_* d$  および  $q_s = q'_s / \sigma$  である。

## (2) Surface creep による飛砂量

落下砂粒の衝突によって砂面上の静止砂粒が  $x$  方向に速度  $U_3$  で移動を始め、距離  $L_{sc}$  滑動したとすれば、この砂粒が砂面の摩擦に抵抗してなした仕事は、砂粒の運動エネルギーの減少に等しいとして、次式で表される。

$$\frac{1}{2} m U_3^2 = \frac{\pi}{6} d^3 (\sigma - \rho) \mu_f g L_{sc} \quad \dots\dots\dots (3.46)$$

ここに、 $\mu_f$ ：砂粒の動摩擦係数である。式(3.46)において速度  $U_3$  は移動床における砂粒の反発係数との関係で式(3.4)で表されているので、結局 surface creep による砂粒の移動距離  $L_{scm}$  は飛距離との関係で、つぎのように表示される。

$$L_{scm} = \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{e}{e_s} \right)^2 \frac{1 + \epsilon^2}{\mu_f \tan \beta_m} \frac{\sigma/\rho}{(\sigma/\rho + 1/2)} L_m \quad \dots\dots\dots (3.47)$$

Surface creep は first saltation に比べて比較的大きな落下速度をもつ継続跳躍を数回繰り返した砂粒によって生ずるものと考えられるが、ここでは簡単に定常跳躍をする砂粒の衝突に起因すると仮定すれば、単位時間単位面積当り surface creep をする砂粒の個数  $n_s$  は、次式で表される。

$$n_s = P_s n \quad \dots\dots\dots (3.48)$$

ここに、 $P_s$  は運動砂粒にしめる定常跳躍する砂粒の割合であって、式(3.13)から求めることができる。したがって、surface creep による飛砂量  $q_{sc*}$  は、式(3.47)を用いて、つぎようになる。

$$\begin{aligned} q_{sc*} &= \bar{G}_0 P_s \bar{L}_{scm} \\ &= \frac{P_s}{4} \left( 1 - \frac{e}{e_s} \right) \frac{1 + \epsilon^2}{\mu_f \tan \beta_m} \frac{\sigma/\rho}{(\sigma/\rho + 1/2)} q_{s*} \quad \dots\dots\dots (3.49) \end{aligned}$$

ここに、 $\bar{L}_{scm} = L_{scm}/d$  および  $q_{sc*} = q_{sc}/u_*d$  である。一方、流砂においては、飛砂に比べて跳躍砂粒がもっている運動量が非常に小さく、また図-3.19に示すように衝突による新たな砂粒の飛び出す確率が小さいので、ほとんど無視して差しつかえないと考えられる。

### (3) 全飛砂量および流砂量

Saltation および surface creep による砂粒の輸送の和として求められる飛砂量および流砂量は、次式で表される。

$$q_* = q_{s*} + q_{sc*} \quad (3.50)$$

ここに、 $q_* = q/u_*d$  である。式(3.50)に式(2.39)、(3.14)、(3.15)、(3.45)および(3.49)を代入して、継続跳躍についての近似的な取扱いをすれば、無次元飛砂量および流砂量は、結局それぞれつぎのように表される。

(i) 流砂のようにすべての砂粒が近似的に定常跳躍すると考えられる場合：

$$q_* = \frac{e}{1-e} (\tan \beta_m) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\rho}{\sigma} \right) \right\} \left[ 1 + e - (1-e) \sqrt{1 + \frac{8}{3(1-e) \lambda C_D A_r^2 \tau_*}} \right] (\tau_* - \tau_{c*}) \quad (3.51)$$

(ii) 飛砂において、第1、第2および定常跳躍の3つの集団に分けた場合：

$$q_* = A_1 \left\{ 1 + A_2 \left( 1 - \frac{1}{r^2} \right)^2 \right\} \sqrt{A_3 + A_4 \left[ 1 + e - (1-e) \sqrt{1 + \frac{8}{3(1-e) \lambda C_D A_r^2 \tau_*}} \right]^2 \left( 1 - \frac{1}{r^2} \right)} (\tau_* - \tau_{c*}) \quad (3.52)$$

(iii) 飛砂において、第1、第2、第3および定常跳躍の4つの集団に分けた場合：

$$q_* = A_1 \left\{ 1 + A_2 \left( 1 - \frac{1}{r^2} \right)^3 \right\} \sqrt{A_3 \left\{ 1 + r^2 \left( 1 - \frac{1}{r^2} \right)^2 \right\} + A_4 \left[ 1 + e - (1-e) \sqrt{1 + \frac{8}{3(1-e) \lambda C_D A_r^2 \tau_*}} \right]^2 \left( 1 - \frac{1}{r^2} \right)^3} (\tau_* - \tau_{c*}) \quad (3.53)$$

ここに、 $A_1 = \{ e_m / (1 - e_m) \} (2 + \rho/\sigma) \sqrt{\lambda} \tan \beta_m$ 、 $A_2 = (1 + e^2)(\sigma/\rho) / \{ 4\mu_f (\sigma/\rho + 1/2) \tan \beta_m \}$ 、 $A_3 = A_r^2 \tan \beta_m / \{ 1 + \sqrt{(2/3)(\sigma/\rho + 1/2) C_D} \}^2$ 、 $A_4 = \lambda A_r^2 / 4$  および  $e_m$ ：平均反発係数である。

### 2) 飛砂・流砂に関する実験結果との比較

#### (1) 飛砂の場合

前述したように、これまでの飛砂量の実験値が各実験者によって非常に相違するので、ここでは新たに実験方法等を検討して、十分信頼できる精度の飛砂量の測定を実施し、その実験結果と前述した理論との

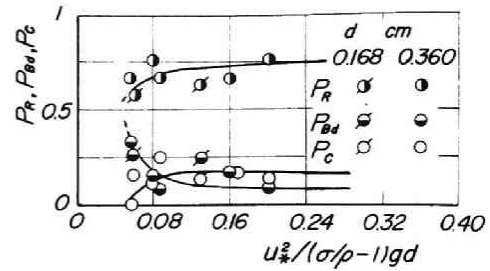


図-3.19 流砂における砂粒の移行確率の掃流力による変化(土屋ら<sup>7)</sup>による)

比較検討を行う。

a) 実験装置および実験方法：実験装置は第2章第2節で述べたとおりである。ただし、送風機関係は一部改造して、無段変速機による操作によって風速は断面中央部で2m/secから24m/secまで容易に変えることができるようにした。給砂は移動床の上流端において、幅70cm、長さ1mの網板の一端を巻き上げ、砂面が常に一定の高さになるようにする方法によって行った。

捕砂器は、鉛直型と水平型の2つに大別されるが、前者は、捕砂器周辺の局所洗掘などのため風速の強弱や測定時間によって捕砂率が複雑に変化するという欠点を持っており、また後者は、その前面の洗掘および砂粒の飛距離に比べて捕砂器の長さが小さいことによって捕砂率が変わるという短所をもっている。しかしながら、鉛直型の捕砂器は設置方法および構造上、上述した欠点を改良する余地がほとんどないと考えられるので、本実験では水平型の捕砂器を用いることにし、すでに述べた短所を改良するために、つぎのような工夫を施した。すなわち、堀川ら<sup>15)</sup>の水平型捕砂器に関する報告を参考にして、高さ25cm、幅10cmおよび長さ3mの水平型捕砂器を製作し、飛砂の飛び越えおよび一度捕砂器に入った砂粒が再び飛び出さないようにし、さらに下流端には飛び越え防止用の金網を張った。また、移動床下流端が捕砂器に接続する部分は風洞断面変化による洗掘を防ぐため、長さ1mにわたって一部ガイドを持つ固定床とし、その上流端を通過する平衡状態の飛砂量を確実に測定できるように工夫した。これらの概略を図-3.20に示す。

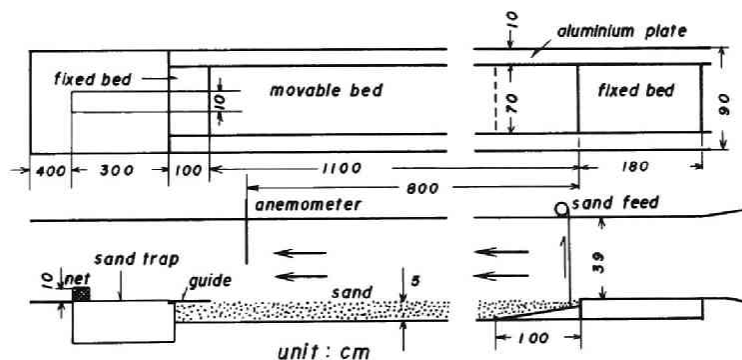


図-3.20 実験装置の概略図

風速の測定は、熱線風速計によって、断面中央部で鉛直方向に約10点について行った。従来の実験ではほとんどの場合、ピトー管などを用いて差圧から風速を求めているが、この方法はピトー管に砂がつまり、正確な差圧が求められないことや差圧そのものが小さく、読み取り誤差が生じやすいことおよび風速変化に対してかなりの応答時間を要することなどの理由のために、あまり適当でないように思われる。

実験は砂面を平らにならした後、飛砂量の測定時間を30secから30minにわたって行った。この場合、掃流力が限界掃流力の数倍程度の範囲では、波高数mm、波長5~6cmの砂れんの発生が見られた。実験に用いた砂粒の中央粒径は0.21および0.30mmであって、それらの粒度分布を図-3.21に示す。

実験に用いた砂粒の特性および実験条件をまとめて表-3.2に示した。

表-3.2 飛砂量の実験に用いた砂粒の特性と実験条件

実験番号	粒 径 $d$ mm	密 度 $\sigma$ g/cm <sup>3</sup>	温 度 ℃	湿度 %	摩擦速度 $u_*$ cm/sec	無次元掃流力 $u_*^2/(\sigma/\rho-1)gd$	無次元飛砂量 $q_s'/\sigma u_* d$
1	0.21	2.65	20.1	65	62.6	0.0867	0.0589
2	"	"	19.3	68	64.8	0.0929	0.0806
3	"	"	18.3	64	66.9	0.0990	0.0919
4	"	"	18.7	64	73.0	0.118	0.113
5	"	"	18.0	72	80.3	0.143	0.130
6	"	"	17.0	64	85.9	0.163	0.139
7	"	"	17.5	62	91.7	0.186	0.206
8	"	"	17.6	62	102.3	0.231	0.225
9	"	"	17.8	62	113.1	0.283	0.310
10	"	"	18.2	65	123.2	0.336	0.372
11	"	"	18.5	63	134.6	0.401	0.350
12	"	"	18.5	63	143.1	0.453	0.453
13	"	"	18.5	59	152.3	0.513	0.600
14	"	"	18.0	62	157.4	0.548	0.598
15	"	"	17.6	62	172.5	0.658	0.662
16	"	"	17.0	67	187.7	0.779	0.889
17	"	"	14.8	69	55.1	0.0671	0.0524
18	"	"	15.0	69	47.5	0.0499	0.0568
19	"	"	15.0	69	65.9	0.0961	0.0846
20	"	"	15.0	69	97.1	0.208	0.215
21	"	"	19.9	65	24.7	0.0135	0.0277
22	"	"	19.8	65	25.7	0.0146	0.0332
23	"	"	19.8	65	27.0	0.0161	0.0464
24	"	"	19.8	65	40.0	0.0354	0.0411
25	"	"	19.8	65	48.7	0.0525	0.0453
26	"	"	18.7	48	62.6	0.0867	0.0715
27	"	"	18.7	48	66.9	0.0990	0.0721
28	"	"	18.4	48	73.0	0.118	0.103
29	"	"	18.4	48	80.3	0.143	0.126
30	"	"	18.4	48	91.7	0.186	0.262
31	"	"	21.3	50	21.4	0.0101	0.00576
32	"	"	21.3	50	20.7	0.00948	0.00136
33	"	"	21.3	50	25.3	0.0142	0.0309
34	"	"	21.3	50	24.7	0.0135	0.0274
35	"	"	21.3	50	23.0	0.0117	0.0123
36	"	"	22.7	40	21.2	0.00994	0.00448
i01	0.30	2.56	31.0	60	28.0	0.0120	0.00098
102	"	"	31.0	60	33.0	0.0167	0.00752
103	"	"	31.2	66	59.0	0.0536	0.0350
104	"	"	31.2	66	73.3	0.0828	0.0806
105	"	"	31.2	66	84.4	0.110	0.124
106	"	"	30.8	70	103.8	0.166	0.166
107	"	"	30.8	70	130.0	0.260	0.200
108	"	"	30.8	70	138.6	0.296	0.283
109	"	"	30.7	72	155.0	0.370	0.387
110	"	"	30.7	72	174.6	0.470	0.417
111	"	"	30.7	72	187.6	0.542	0.542

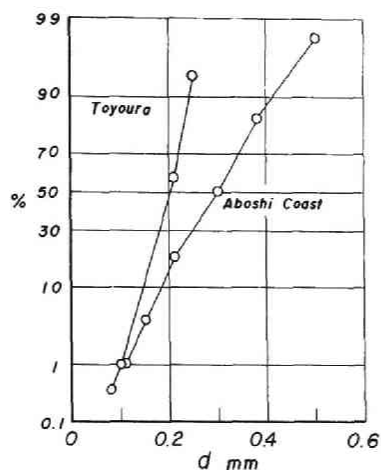


図- 3.21 実験砂の粒度分布

b) 実験結果とその考察：中央粒径が  $0.21\text{ mm}$  の実験砂に対する風速の測定結果の数例を図-3.22に示す。これから，風速が大きくなり saltation 層が発達するに従って，砂面近傍の風速分布は対数則からはずれ，一様化する傾向をとることが認められる。

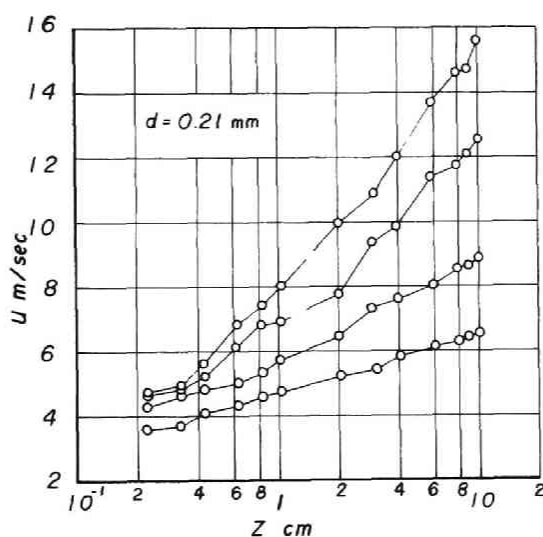


図- 3.22 風速分布の測定例

つぎに，Bagnold,<sup>10)</sup> Zingg,<sup>19)</sup> Belly,<sup>20)</sup> Kadib,<sup>12)</sup> 河村<sup>11)</sup> および堀川ら<sup>15)</sup> の飛砂量に関する従来の実験結果を図-3.23に示す。移動限界付近を除いて，各実験者の無次元飛砂量が無次元掃流力によってほとんど同じ傾向の変化を示すが，同一の掃流力によって飛砂量が大きく相違するので，この原因を考えるとつぎのようである。すなわち，河村が用いた風洞の大きさは，高さ  $80\text{ cm}$ ，幅  $5\text{ cm}$  および長さ  $1.5\text{ m}$  で，



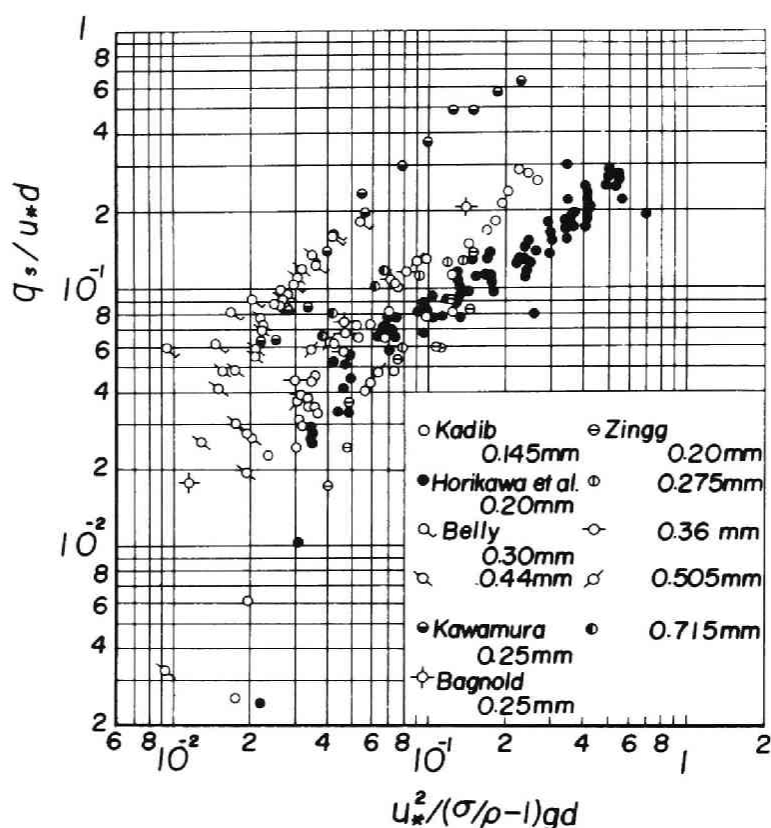


図- 3.23 従来の飛砂量の実験値

かなり小規模な風洞であるために、飛砂量の測定値の中には非平衡状態の飛砂や側壁の影響が入っている可能性があり、また Belly および Kadib らの使用した捕砂器は捕砂率が 100% 以上であるために、実際より過大に飛砂量を測定していると思われる。一方、Zingg は砂面からの高さが異なる 4 点で測定した飛砂量の鉛直分布から全飛砂量を推定しており、Bagnold は下流端の集砂箱で飛砂量を測定しているが、それには風洞の側壁および上、下流端の影響が含まれると考えられるので、いずれもその精度に若干の問題があるといえよう。堀川らの結果は、捕砂器の捕砂率を検定するために行った実験であるから、もっとも信頼できると思われるが、風洞下流端で集砂するために、移動床下流端の約 2m 後方で風向を鉛直上方に強制的に変化させているので、平衡状態の飛砂量が十分の精度で測定されていないと推定される。

図- 3.24 は今回行った飛砂量の実験結果を図示したものである。実験値は若干ばらつくが、掃流力が限界掃流力の数倍程度以上では 1 つの明確な傾向を示すようであり、また粒径の相違による影響はこの範囲ではほとんど認められない。移動限界付近で実験値がかなりばらつく原因は、この付近では風速変動（風の息）の飛砂量に与える影響が顕著になるためと思われる。図- 3.23 と図- 3.24 とを比較すると、著者の実験結果は移動限界付近を除いて堀川らの結果とかなり一致するが、無次元掃流力による無次元飛

砂量の変化の割合が相違し、前者が後者に比べて若干大きいことがわかる。

図中の曲線は式(3.52)を計算したものである。この場合、第2節で示した飛砂の saltation の実験結果から、 $\lambda = 0.26$ ,  $\mu_f = 0.35$ ,  $\varepsilon = 0.2$ ,  $\tau_{*c} = 0.01$ ,  $e_m = 0.44$ ,  $C_D = 0.4$  および固定床の反発係数  $e_s = 0.91$  とし、また飛び出し角度の値は従来の解析方法では精度が悪いと思われたので、観察結果に基づいて  $\tan \beta_m = 1.5$  とした。移動限界付近を除いて、無次元掃流力のかかなりの範囲にわたって実験値と計算値とがよい一致を示しており、また、式(3.52)と式(3.53)で与えられる飛砂量の計算値はほとんど変わらないこともこの計算結果から確かめられた。

図-3.25 は saltation や surface creep による飛砂量と全飛砂量との比の無次元掃流力による変化を示したものである。移動限界付近から無次元掃流力

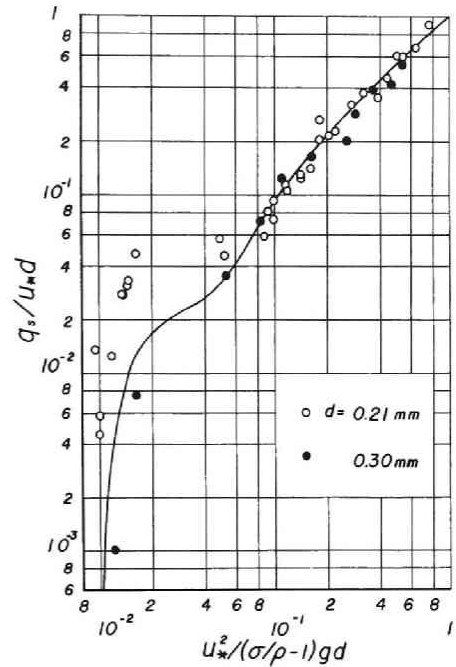


図-3.24 飛砂量の実験結果と飛砂量則との比較

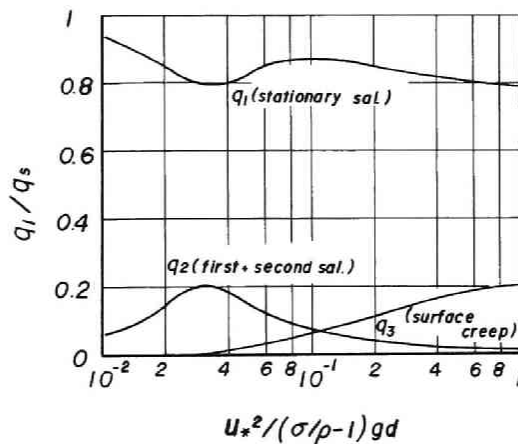


図-3.25 各飛砂量の流送割合の無次元掃流力による変化

が限界掃流力の数倍程度の範囲では、first saltation をはじめとする非定常跳躍によって砂粒が輸送される割合が増加し、掃流力が大きくなるに従って、surface creep の形式で全飛砂量の約 20 % が輸送されることがわかる。これは、Bagnold や堀川らの実験結果とほぼ一致しており、きわめて興味あることといえよう。

## (2) 流砂の場合

a) 河床波が存在しない場合：図-3.26は Gilbert<sup>21)</sup> Paintal<sup>22)</sup> および Guy<sup>23)</sup> による plane bed の河床形態における掃流砂量の実験値を、無次元掃流力と無次元掃流砂量との関係で図示したものである。いま、式(3.13)から掃流力が限界掃流力の数倍以上になれば、 $\tau \gg 1$  となり、運動砂粒の継続確率  $P \approx 1$  が成立する。したがって、運動砂粒はすべて定常跳躍していると近似的と考えられるので、式(3.52)および(3.53)は式(3.51)と一致する。図中の曲線は、第2章で述べた水流による掃流砂粒の saltation の実験結果から、 $e = 0.63$ 、 $\tan \beta_m = 0.577$ 、および  $\lambda = 0.40$  とし、かつ  $\tau_{c*} = 0.05$  と仮定して式(3.51)を計算したものである。全般的に実験値はかなり散乱しているが、流砂量の実験結果との比較から、無次元掃流力の広い範囲にわたって両者はかなりよく一致していることがわかる。

図-3.27は図-3.26と同様の方法でいわゆる transition の河床形態における掃流砂量の実験結果を整理し、式(3.51)および(3.52)による計算結果と比較したものである。Plane bedの場合に比べて実験値の散乱が大きいの、残存している河床波の影響によるものと思われる。すべての砂粒が定常跳躍するとした式(3.51)の方が、砂粒の運動の配分則を考慮した式(3.52)よりも実験値に若干よく適合しているよ

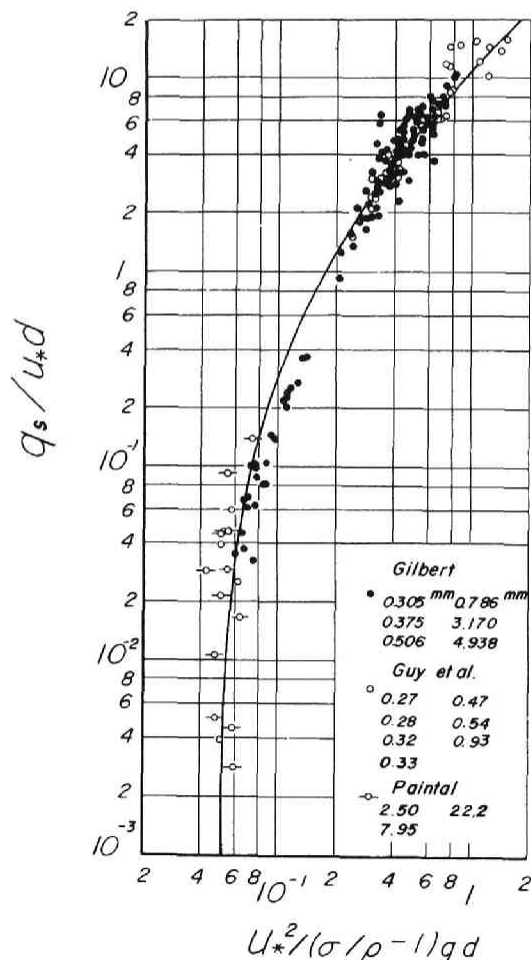


図-3.26 Plane bed における流砂量の実験値と流砂量則との比較

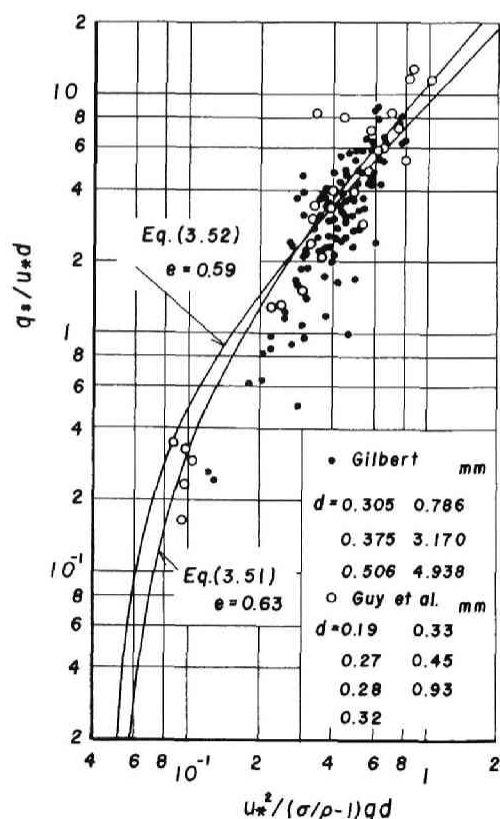


図-3.27 Transition における流砂量の実験値と流砂量則との比較

うであり、このことは流砂では定常跳躍の近似がむしろ実用上妥当であるためであろう。

b) 河床波がある場合：さきに述べた流砂量則は、河床波がないいわゆる plane bed の場合に対して誘導されたものであって、河床波が存在する場合に対してこれを適用するには、まず流体力から河床波の形状抵抗による損失を除いて、流砂現象に直接影響する砂面の表面抵抗すなわち砂面に作用する掃流力を評価する必要がある。図-3.28 は河床に ripples と dunes が存在する場合の Gilbert<sup>21)</sup> および Guy<sup>23)</sup> の掃流砂量に関する実験値を、河床波の存在しない場合と同様の方法で図示したものである。これから、図-3.26 および 3.27 に示した plane bed および transition の河床形態の場合に比べて、実験値の散乱が大きく、しかも摩擦速度の推定にあたって河床波の形状抵抗による損失を考慮していないので、砂粒の流送に関係する摩擦速度が過大に算定され、その結果実験値が右下方に全体に移動していることがわかる。これらのことから、河床波が存在する場合の掃流砂量を算定するには、有効掃流力を精度よく推定する方法を確立することが実用上重要であると考えられる。したがって、つぎに従来発表されている有効掃流力の算定方法に関する、2, 3 の代表的な取扱いを示す。

Einstein<sup>1)</sup> は形状抵抗と表面抵抗の線型性から径深分割法による後者の算定方法を提案しているが、砂粒の運動に寄与するいわゆる有効掃流力は試行錯誤的に求めなければならず、簡便さに欠けており、また實際上、河床波の形状抵抗を過大に評価しすぎているといわれている。また、椿<sup>24)</sup> はこうした抵抗を流体力学的に明らかにすることを試み、砂れんの形状特性が既知の場合、砂れんの背面の表面抵抗係数  $C_1$  と砂れんの形状抵抗係数  $C_2$  とを用いて、有効摩擦速度  $u_{*}$  をつぎのように表した。

$$\frac{u_{*}}{u_*} = \frac{C_1}{C_1 + C_2 (\Delta H / \Delta L)} \quad \dots\dots\dots (3.54)$$

ここに、 $\Delta H$  および  $\Delta L$ ：それぞれ砂れんの波高および波長である。椿は、粗い平板の表面抵抗係数  $C_0$  と砂れんの波形勾配との関数として  $C_1$  を与え、砂れんの表面に沿った圧力分布の測定結果から、やはり砂れんの波形勾配の関数として  $C_2$  を表せることを示した。この方法の妥当性については、発表された当時、流砂量の測定とともに砂れんの形状特性を計測した資料が少いこともあって、あまり詳細に検討されてい

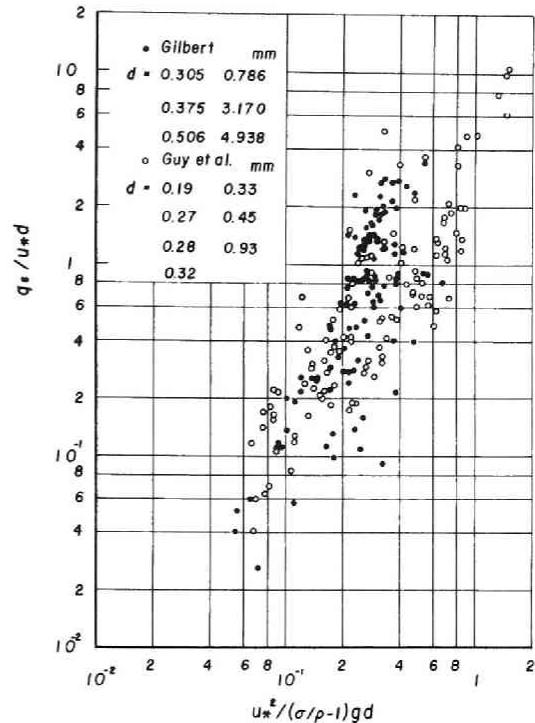


図-3.28 Ripples and dunes における流砂量

ないが、非常に独創的な方法であるといえよう。一方、河床波の形成による流れの変化をいわゆる相当砂粒粗度  $k_s$  の変化としてとらえ、これによって表面の摩擦速度を推定しようとする試みもかなり報告<sup>25)</sup> されており、最近では道上ら<sup>9)</sup> によるこの種の取扱いが注目される。それによると、いわゆる lower regime の河床形態に対しては現象論的な考察から、 $k_s$  は ripple bed では砂粒の粒径に比例し、dune bed では径深に比例するが、upper regime の河床形態に対しては、この  $k_s$  が河床における砂粒の飛高に規定されると考え、無次元掃流力と粒径との関数でこれを表した。これらの結果は、流れによる河床形態の変化とこれによる抵抗の変化をかなりよく説明するものであるが、實際上重要である lower regime の流砂量を推定しようとする場合、相当砂粒粗度が必ずしも粒径あるいは径深のみに規定されているとは考えられず、しかも有効摩擦速度を用いて従来の実験値を整理すると、どの程度実験値の散乱が収束するかについて明らかにされていないので、その適用性に若干の問題が残されているといえよう。

ここでは、まず砂れんの形状特性が既知であるとして、河床近傍の流速が砂粒の移動速度に規定されるという考えから、有効掃流力の算定を試み、これを用いて、従来の流砂量の実験値を再整理するとともに、式(3.51)の妥当性について若干検討する。

図-3.29 は河床近傍の模式図である。図中、流下方向の座標軸  $x$  は平均河床面上にとり、それと垂直上方向に  $z$  軸をとるものとする。いま、1 波長についての流れの平衡条件より、近似的に次式が成立する。

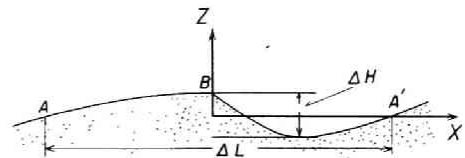


図-3.29 河床近傍の模式図

$$\tau_0 \Delta L \cong D + \tau_e l \quad \dots\dots\dots (3.55)$$

ここに、 $D$ : 1 波の砂れんの単位幅当りの形状抵抗、 $\tau_e$ : 有効掃流力、 $\Delta L$  および  $l$ : それぞれ砂れんの 1 波長および流れの reattachment point A から crest B までの長さである。さらに、形状抵抗  $D$  は形状抵抗係数を  $C_2$  とすると、つぎのように表される。

$$D = \frac{1}{2} \rho C_2 u_0^2 \Delta H \quad \dots\dots\dots (3.56)$$

ここに、 $u_0$ : 砂れんに対する代表流速および  $\Delta H$ : 波高である。 $\tau_e = \rho u_{e*}^2$  とし、代表流速  $u_0$  が河床における砂粒の水平方向の速度  $U$  に規定され、つぎの関係にあるものと仮定する。

$$u_0 \cong \alpha_1 U \quad \dots\dots\dots (3.57)$$

ここに、 $\alpha_1$ : 比例定数である。式(3.56)および(3.57)を式(3.55)に代入すれば、有効摩擦速度と摩擦速度との比は、つぎのように表される。

$$\frac{u_{e*}}{u_*} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{l}\right) \{1 - C_2 \alpha_1^2 \bar{U}^2 (\Delta H / \Delta L)\}} \quad \dots\dots\dots (3.58)$$

ここに、 $\bar{U} = U / u_*$  である。一方、波状境界面が波速  $C_e$  で移動する場合、Kitaigorodskii<sup>26)</sup> らは、流速は次式で表せるとしている。

$$\frac{u - C_e}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[ (z/A_e \Delta H) \exp \left\{ -\kappa \left( \frac{C_e}{u_*} \right) \right\} \right] \quad (3.59)$$

ここに、 $A_e$ は定数である。式(3.59)を式(3.58)に代入すれば、有効摩擦速度は、つぎのように表される。

$$u_{e*} = \frac{\kappa u \sqrt{( \Delta L / l ) \{ 1 - C_2 \alpha_1^2 \bar{U}^2 ( \Delta H / \Delta L ) \}}}{\kappa \bar{C}_e + \ln \{ ( z / A_e \Delta H ) \exp ( - \chi \bar{C}_e ) \}} \quad (3.60)$$

ここに、 $\bar{C}_e = C_e / u_*$ である。いま、 $\kappa \bar{C}_e \ll 1$ および $l / l' \approx 1$ であり、 $\bar{C}_e \approx \alpha_2 \bar{U}$ と仮定すれば、 $u_{e*}$ は平均流速 $u_m$ を用いて、近似的につぎのように表される。

$$u_{e*} \approx \frac{\kappa u_m \sqrt{1 - C_2 \alpha_1^2 \bar{U}^2 ( \Delta H / \Delta L )}}{\kappa \alpha_2 \bar{U} + \ln ( h / A_e \Delta H ) - 1} \quad (3.61)$$

図-3.30は式(3.61)を用いて有効摩擦速度を求め、図-3.28に示した実験値のうち、砂れんの形状特性が明示されているGuy<sup>23)</sup>らのものを再整理して示したものである。ただし、式中の定数などはつぎのようにして決めた。すなわち、形状抵抗係数 $C_2$ は、樁によって実験的に求められた、

$$C_2 = 0.161 ( \Delta H / \Delta L ) + 107.6 ( \Delta H / \Delta L )^2 \quad (3.62)$$

の関係を用い、また $A_e$ はKitaigorodskii<sup>26)</sup>が風波がある場合の海上風の風速分布の考察から求めた値である0.12をそのまま用いることにした。砂粒の移動速度 $\bar{U}$ は、流砂の場合、定常速度を表わす式(2.37)で近似的に与えられることがすでに示されている。また、 $\alpha_1$ および $\alpha_2$ は、それぞれオーダーが1および $10^{-1}$ 程度であると推定されるが、詳細な検討がこれまであまり行われておらないので、ここではどちらも1とした。図中の曲線は、式(3.51)を計算したものであり、式中の定数は、plane bedの河床形態の場合と同じ値を用いたが、砂粒の反発係数は $e = 0.55$ と若干小さく与えた。これから、まず図-3.28に比べて実験値の散乱がきわめて小さくなり、しかも無次元掃流力の広範囲にわたって、実験値と計算値との対応がかなり良好であることがわかる。一方、図-3.31は式(3.54)で表される樁の提案した方法でGuyらの実験値を再整理したものである。図-3.30と図-3.31とを比較すると、前者の方が実験値の散乱が若干小さいことが認められる。したがって、式(3.61)に含まれる $A_e$ 、 $\alpha_1$ および $\alpha_2$ の実験定数をさらに検討する必要があるが、ここで示した有効掃流力を用いれば、plane bedを対象として誘導された流砂量則がdune bedの場合にも実用上十分適用できることがわかる。

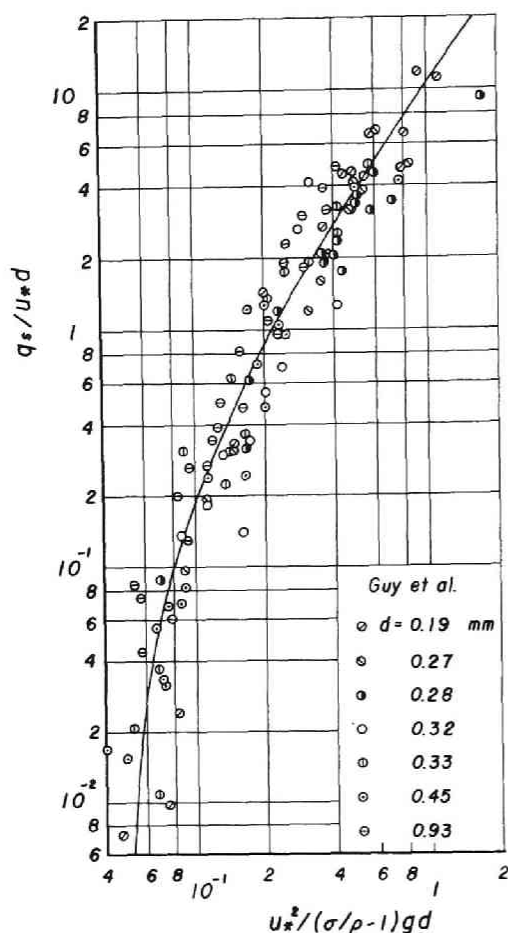


図-3.30 Dune bed における有効掃流力を考慮した流砂量の実験値と流砂量則との比較

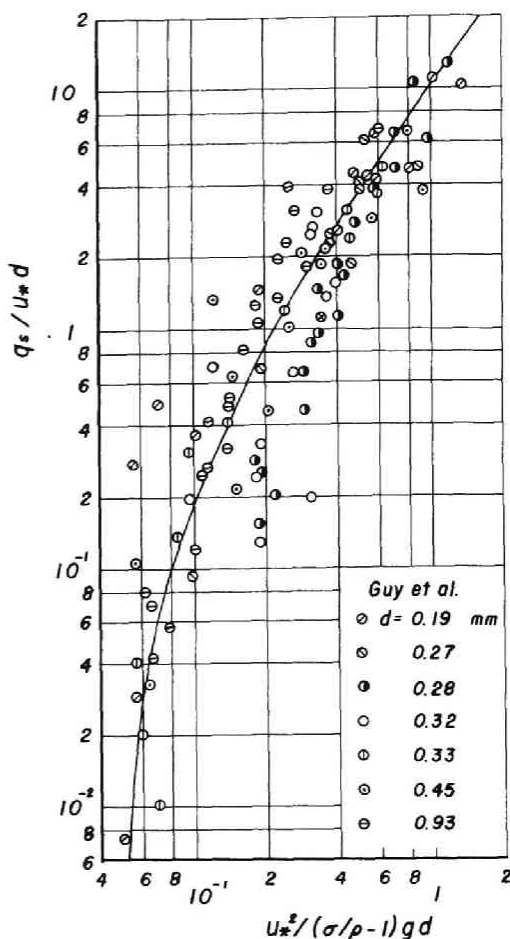


図-3.31 Dune bed における流砂量の実験値と流砂量則との比較 (樺<sup>24)</sup>の方法による)

## 第6節 飛砂の移動限界と飛砂量に及ぼす含水比の影響

湿潤状態の砂面においても強風によって飛砂が発生するが、飛砂量が気乾状態の場合に比べてかなり減少することは従来からよく知られていることである。Saltation による飛砂に着目する場合、その原因としては、付着水による砂粒の反発係数などの床面条件が変化することのほかに、とくに砂粒の限界掃流力が砂粒間に作用する表面張力のために、気乾状態のものに比べて大きくなることが考えられる。

ここでは、この現象に注目して、まず砂面表層の近傍の砂層の含水比と表面張力との関係を明らかにし、砂粒の移動限界時において表面張力を考慮した静的つり合関係から限界掃流力に及ぼす表面張力の影響に対する一般的表示を誘導し、これを用いて飛砂量に及ぼす含水比の影響を考察する。

### 1) 砂粒の移動限界に及ぼす含水比の影響

#### (1) 砂粒のつり合条件

いま、図-3.32 に示すように、球状の砂粒からなる砂面に突出している1つの砂粒を考え、この移動

開始の条件を取扱うことにする。従来、このような問題は第2章第3節の移動限界のところで概述したように、いわゆる限界掃流力として取扱われてきたが、ここで対象とする場合との相違は、砂粒間に存在する水分による表面張力の影響を導入しなければならないことであろう。それゆえ、砂粒に作用する力として、砂粒に働く重力 $W$ 、風向( $x$ 方向)の流体抵抗 $R_T$ およびそれに直角方向( $z$ 方向)の揚力 $R_L$ のほか、砂粒に作用する表面張力による力 $F_T$ を対象とすれば、傾斜角 $\theta$ の砂面上での砂粒の移動限界に対して、図-3.32を参照してつぎのつり合の条件式が得られる。

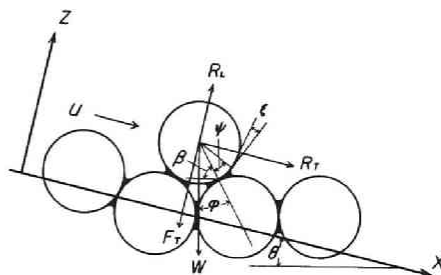


図-3.32 球状砂粒に働く力の模式図

$$(W \cos \theta + F_T - R_L) \tan \varphi - W \sin \theta = R_T \quad \dots\dots\dots (3.63)$$

ここに、表面張力による力以外の力は、いちおう次式のように表されよう。

$$\left. \begin{aligned} W &= \frac{\pi}{6} d^3 (\sigma - \rho_a) g \\ R_L &= -\frac{\pi}{4} d^3 \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_d \\ R_T &= R_{Tu} + R_{Tp} = \frac{\pi}{8} d^2 C_D \rho_a u^2 - \frac{\pi}{4} d^3 \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.64)$$

ここに、 $\rho_a$ ：空気の密度、 $p$ ：風圧、 $\varphi$ ：砂粒の静止摩擦角および $u$ ： $x$ 方向の風速である。

一方、周知のように砂粒の移動限界に及ぼす乱れの効果はかなり大きいので、式(3.64)中の流体抵抗の表示においてはそれらを詳細に検討すべきであるが、ここでは前述したように砂粒の移動限界に及ぼす表面張力の影響をとくに取扱うことにするので、簡単のためにこれらを省略することにしたい。そうすれば、式(3.63)は次式のように表される。

$$W (\cos \theta \tan \varphi - \sin \theta) + F_T \tan \varphi = R_T \quad \dots\dots\dots (3.65)$$

ただし、式(3.64)中の風速 $u$ としては変動速度を考慮しないことにする。

## (2) 表面張力によって砂粒に働く力の表示

まず、一点で接している2個の砂粒間に存在するいわゆるウェッジ液による表面張力を考えてみよう。いま、砂粒中心軸と水平とのなす角を $\beta_0$ 、ウェッジ液を見込む角を $\psi$ および砂粒と水との接触角を $\xi$ とすれば、砂粒と水が接触する線の長さは $\pi d \sin \psi$ であるから、砂粒が表面張力 $T$ で水面を引く力の砂粒の接線方向成分 $f$ は次式で表される。

$$f = \pi d T \cos \xi \sin \psi \quad \dots\dots\dots (3.66)$$

ここに、 $T$ は単位長さ当りの水の表面張力であり、接触角 $\xi$ は接触し合う固体と液体の種類および温度に



よって定まり、水と石英の場合では普通  $8^\circ \sim 9^\circ$  程度であって、 $\cos \xi \approx 1$  が成立する。したがって、表面張力の  $z$  方向の成分  $f_z$  はつぎのようになる。

$$f_z = \pi d T \cos \xi \sin^2 \psi \sin \beta_0 \quad \cdots \cdots \cdots (3.67)$$

一方、対象とする砂粒が  $n$  個の砂粒と隣接しているとすれば、表面張力の合力の  $x$  方向成分は平均的には存在せず、 $z$  方向成分  $F_T$  はつぎのように表される。

$$F_T = \sum_{i=1}^n \pi d T \cos \xi \sin^2 \psi_i \sin \beta_{0i} \quad \cdots \cdots \cdots (3.68)$$

$\psi_i$  と  $\beta_{0i}$  との関係は独立であり、

$$\sin^2 \psi_m \sin \beta_{0m} \approx \left( \frac{1}{n} \right) \sum_{i=1}^n \sin^2 \psi_i \sin \beta_{0i} \quad \cdots \cdots \cdots (3.69)$$

とすれば、式 (3.68) は近似的に次式のようにになる。

$$F_T \approx n \pi d T \cos \xi \sin^2 \psi_m \sin \beta_{0m} \quad \cdots \cdots \cdots (3.70)$$

ここに、符号  $m$  は平均を表す。

### (3) 含水比と砂粒間のウェッジ液との関係

球状砂粒で構成される砂層では、一般に含水比が比較的小さいいわゆる低水分層の水分は、砂粒間接点あるいは最近接部に自由表面を形成するウェッジ液とそれ以外の砂粒表面に塗布状に存在する付着液からなると考えられるが、砂粒の移動限界に及ぼす表面張力による力に対しては、ウェッジ液のみが影響する。この場合、ウェッジ液の含水比  $w'$  は重量百分率で表した真の含水比  $w$  に対して近似的に次式が成立すると仮定する。

$$w' = \alpha_3 w \quad (0 < \alpha_3 \leq 1) \quad \cdots \cdots \cdots (3.71)$$

球状砂粒の単接点におけるウェッジ液の自由表面の形状を、砂粒の中心線を軸とする回転体と考えれば、その体積  $v_l$  は、つぎのように表される。

$$v_l = \frac{\pi}{8} d^3 (\sec \psi - 1)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\pi}{2} - \psi \right) \tan \psi \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (3.72)$$

砂層内の砂粒は、一般にこれを囲む砂粒と複数個の接点で接している。まず、不規則に充てんされた砂層では、空けき率  $\lambda_d$  は一様ではなく、局所的なばらつきをもつが、大山ら<sup>27)</sup>は、その基本的な性質はいわゆる立方型充てん ( $\lambda_d = 0.476$ ) と最密六方型充てん ( $\lambda_d = 0.260$ ) の二者のみの割合によって表示できるものとして、砂粒 1 個当りの接点数  $n_0$  をつぎのように与えている。

$$n_0 = 19.2 - 27.8 \lambda_d \quad \cdots \cdots \cdots (3.73)$$

さらに、ここで対象とする砂粒は、砂面最上部に位置しているので、その接点数  $n$  は前述した砂層中の砂粒の接点数  $n_0$  と次式の関係で表せるものと仮定する。

$$n = \alpha_4 n_0 \quad (0 < \alpha_4 < 1) \quad \dots\dots\dots (3.74)$$

また、不規則充てんの砂層内では、砂粒の接点が砂粒表面の任意の位置に落ちる確率はすべて等しいと考えて、砂層含水比をつぎのように表している。

$$w' = 75 \left( \frac{\rho_w}{\sigma} \right) n_0 \int_0^{\pi/2} (\sec \psi - 1)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\pi}{2} - \psi \right) \tan \psi \right\} \cos \beta_0 d\beta_0 \quad \dots\dots\dots (3.75)$$

ここに、 $\rho_w$ は水の密度である。この場合、含水比が十分小さくウェッジ液同志の融合の起こる可能性がないとし、かつ $\psi \ll 1$ であるならば、式(3.75)は近似的に次式で与えられる。

$$w' \approx 75 \left( \frac{\rho_w}{\sigma} \right) n_0 (\sec \psi_m - 1)^2 \quad \dots\dots\dots (3.76)$$

一般に、

$$w'/75 (\rho_w/\sigma) n_0 \ll 1 \quad \dots\dots\dots (3.77)$$

であるから、式(3.76)からつぎの関係が得られる。

$$\sin^2 \psi_m \approx 2 \sqrt{\frac{w'}{75 (\rho_w/\sigma) n_0}} \quad \dots\dots\dots (3.78)$$

#### (4) 砂粒の移動限界に及ぼす含水比の影響

前述した理由から、砂粒の移動限界に及ぼす含水比の影響を近似的に取扱うことにすれば、式(3.65)に式(3.64)および(3.70)を代入して次式が得られる。

$$\frac{\pi}{6} d^3 (\sigma - \rho_a) g (\cos \theta \tan \varphi - \sin \theta) + n \pi d T \cos \xi \sin^2 \psi_m \sin \beta_{0m} \tan \varphi = \frac{\pi}{8} d^2 \rho_a C_D u^2 \quad \dots\dots (3.79)$$

この場合 $u$ は砂面近傍の風速であることから、近似的に摩擦速度 $u_*$ を用いて、 $u \approx A_r u_{c*}$ と表して、式(3.79)を変形すれば、砂粒の無次元限界掃流力 $\tau_{c*}$ は、つぎのように表される。

$$\tau_{c*} = A^2 \left\{ \frac{\sin(\varphi - \theta)}{\cos \varphi} \right\} \left\{ 1 + \frac{3 n T \cos \xi}{(\sigma - \rho_a) g d^2} \frac{\sin 2 \varphi}{\sin(\varphi - \theta)} \sin^2 \psi_m \right\} \quad \dots\dots\dots (3.80)$$

ここに、 $A = 2 A_r / \sqrt{3 C_D}$ 、 $\beta_{0m} \approx (\pi/2) - \varphi$ および $A_r$ ：完全粗面乱流の場合約8.5の値をとる定数である。

つぎに、式(3.71)、(3.74)および(3.78)を式(3.80)に代入すれば、無次元限界掃流力 $\tau_{c*}$ は、次式のように表される。

$$\tau_{c*} = A^2 \left\{ \frac{\sin(\varphi - \theta)}{\cos \varphi} \right\} \left\{ 1 + \frac{2 \sqrt{3}}{5} \sqrt{\alpha_3} \alpha_4 n_0 \frac{\sin 2 \varphi}{\sin(\varphi - \theta)} T_k \right\} \quad \dots\dots\dots (3.81)$$

ここに、

$$T_k = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_w}} \frac{T\sqrt{w} \cos \xi}{(\sigma - \rho_a)gd^2} \dots\dots\dots (3.82)$$

であり、この無次元量は無次元掃流力  $u_*^2/(\sigma - \rho_a)gd$  と Weber 数  $u_*\sqrt{T/\rho_w d}$  の逆数の 2 乗との積によって表されるが、流速をあらわに含まない新しい無次元量といえよう。

図-3.33 は砂粒の無次元限界掃流力に及ぼす含水比の影響を示したものであって、図中の曲線は砂粒

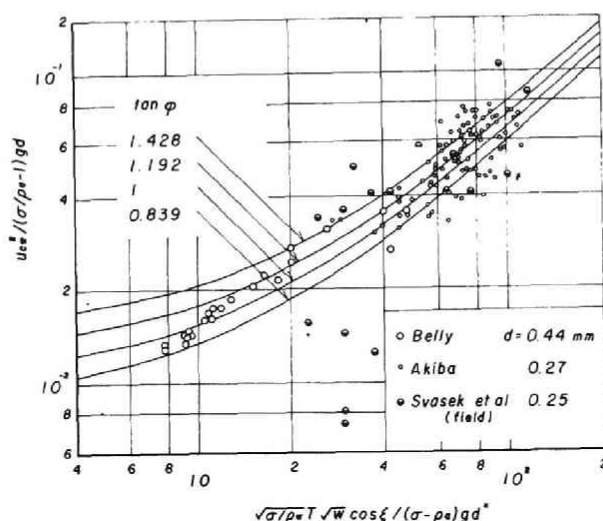


図-3.33 湿砂の無次元限界掃流力と理論曲線との比較

の静止摩擦角  $\phi$  をパラメーターとして式 (3.81) を計算した結果である。ただし、式に含まれる実験定数はつぎのようにして決定した。まず、 $w=0$  は乾燥砂の限界掃流力に相当し、粒径が約 0.2mm 以上になると、第2章第3節の結果から実験値はかなりばらつくが、近似的に  $\tau_{0*} \approx \text{一定}$  が成立するので、飛砂量がほとんど存在しない無次元限界掃流力の平均値から  $A^2 = 0.01$  とした。つぎに、 $\alpha_3$  および  $\alpha_4$  の値は、式 (3.71) および (3.74) からそれらのオーダーが  $10^{-1}$  程度であると推定され、また砂粒の接点数  $n_0$  は空げき率  $\lambda_d$  を 0.4 とした場合、式 (3.73) から約 8.1 になることがわかる。しかしながら、 $\alpha_3$  および  $\alpha_4$  の詳細な検討が現状では不可能であり、 $n_0$  の値も空げき率の局所的なばらつきによって変化するので、ここではこれらを含む実験定数  $\sqrt{\alpha_3} \alpha_4 n_0$  の値は  $10^{-2}$  程度になることに注目して、砂粒の移動限界に関する実験値に最もよく適合するように決定したが、その結果 0.057 となった。

図-3.33 には秋葉<sup>28)</sup> および Belly<sup>20)</sup> の実験値と Svasek ら<sup>29)</sup> による現地観測の結果を示して、前述した移動限界の理論式と比較してある。この種の実験および現地観測では、一般に砂層含水比が時間的に、また深さ方向に変化するといわれているので、<sup>30)</sup> この点に特に注意しなければならない。Belly は風洞を closed circuit とし、蒸気発生装置を用いて風洞内の空気湿度を一定に保ち、砂層内の含水比が時間的に、また深さ方向にも変化しないように工夫しているが、秋葉は直径 3cm、深さ 3mm および 5mm の円

筒容器中の砂粒に水分を補給し、送風して砂粒が動きはじめるときの風速と含水量を測定しているの、前者に比べて精度に若干問題があるように思われる。現地観測を行った Svasek<sup>29)</sup>らは、特殊な採砂器を用いて、砂面から深さ 1 cm 以内の砂粒を採取し、できるだけ砂面最上層の含水比を求める工夫をしているが、前述した問題点のほかに、移動限界付近ではとくに風速変動（風の息）の影響を受けやすく、摩擦速度の正確な推定が困難であることから、実測値がかなり散乱している。いずれにしても、採取された試料から求められた含水比は砂面からある深さまでの平均値であって、ここで示した湿砂の移動限界モデルにおける砂面のごく近傍の真の含水比  $w$  と若干相違すると思われるが、前述したように試料の採取厚が小さく、また実測含水比の最大値が数パーセント程度であることから判断して、近似的に両者は一致すると考え、 $T_k$  の値を求めた。

一方、図-3.33 の中にパラメーターとして示した  $\tan \varphi$  の値は、周知のように砂粒の移動限界においては  $\tan \varphi \approx 1$  程度である。したがって、前述した理論式の誘導の過程において 2, 3 の仮定を用いたにもかかわらず、含水比を含む新しい無次元量  $T_k$  のかなりの範囲にわたって、実験値や現地での測定値と理論曲線とがよい一致を示していることがわかる。

ここでは、砂粒の移動限界に及ぼす含水比の影響について考察したが、一般に砂層上部の含水比と空気中の湿度との間には、図-3.34 に示すような直線の関係が成立するようであるから、気乾状態での砂粒の移動限界およびその近傍の飛砂量を計測し、従来の実験値と比較する場合には、この点に注意する必要がある。たとえば、気乾状態においても、80% 程度の高湿度の場合には、含水比が約 0.2 となり、粒径が 0.25 mm の砂粒では式(3.80)から  $\tau_{c*} \approx 0.02$  となって、無次元限界掃流力が  $w$  = 0 の場合の約 2 倍にもなることがわかる。

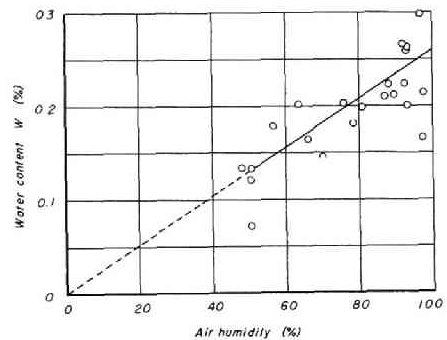


図-3.34 湿度と砂層含水比との関係 (Belly<sup>20)</sup>による)

## 2) 飛砂量に及ぼす含水比の影響

飛砂における湿砂の掃流機構では、ここで取扱った砂粒の限界掃流力の増加による影響のほか、含水比による砂粒の反発係数の変化や降雨の影響などが問題となるがここでは前節で示した飛砂量則に基づいて、砂粒の移動限界に及ぼす含水比の影響を考慮した湿砂の飛砂量則を考察する。

図-3.35 は式(3.52)中の無次元限界掃流力として式(3.81)を代入し、飛砂量に及ぼす含水比の影響を示したものであり、ここでは砂粒の静止摩擦角  $\varphi = \pi/4$  および砂面の傾斜角  $\theta = 0$  に対して、 $T_k = \sqrt{\sigma/\rho_w}$   $T\sqrt{w} \cos \xi / (\sigma - \rho_a) g d^2$  をパラメーターとして計算した。ただし、式(3.52)に含まれるそのほかの定数は、すでに示した砂粒の saltation の実験結果から別個に決めた値をそのまま用いた。

この図から、同一の無次元掃流力に対して、無次元飛砂量は無次元量  $T_k$  が大きくなるほど減少するが、無次元掃流力が 0.2 以上になると、この影響が少なくなり、乾燥状態の場合の飛砂量に近づくことがわかる。

図中には、河田三治<sup>31)</sup> および石原<sup>32)</sup> による降雨後の湿潤状態における鉛直型捕砂器による飛砂量の

実測値を示した。とくに後者については、捕砂器をさらに全量型と分布型に区別し、それぞれの値を表した。これらの値はかなりばらついているが、その主たる原因としてはつぎのことが考えられよう。

(i) 現地では風の特性は時間的に変化し、飛砂量が間欠的な強風に大きく支配されるが、一般に摩擦速度は平均風速から推定されるので、実際より小さくなる可能性がある。したがって、無次元飛砂量は大きく推定される傾向にある。

(ii) 観測者によって飛砂量の測定方法が異なり、捕砂器の設置方法の微妙な相違によって捕砂率が大きく変化する。

(iii) 砂層上部の含水比が捕砂器の近傍で、場所的にまた深さ方向にも変化する。

以上のことから、理論曲線と実測値との定量的な比較検討を行うことは困難であるが、定性的にはある程度一致すると思われる。

## 第7節 結 語

以上、本章では平衡状態の飛砂および流砂において、集団として運動する砂粒の流送機構を明らかにするために、種々の実験を行い、単一砂粒の saltation 機構に関する成果をふまえた理論的考察を加えた。こうした解析方法が有効であるとしたのは、掃流砂粒の流送機構は saltation 層を構成する単一砂粒の力学的挙動を明らかにし、その成果を適用することによっておのずから解明されると考えたからにほかならない。もとより、ここで進めた理論的な考察が、基本的には saltation についての簡単な力学モデルに立脚しているため、残された問題も少なくないが、こうした統一的な取扱いによって、saltation 層内の運動砂粒の配分則、密度分布と流速分布および飛砂・流砂量則などが比較的無理なく誘導され、それらの結果が実験結果とよく一致したことは注目すべきことといえよう。以下、それらの結果を各節ごとの得られた主要な成果として要約すれば、つぎのとおりである。

第2節では、飛砂における多数の砂粒が跳躍運動をしている saltation 層内の個々の砂粒の運動軌跡を解析し、固定床や流砂の場合の掃流砂粒の運動軌跡との詳細な比較検討を行った。その結果、ほぼ同一の無次元掃流力のもとでの移動床と固定床とでは砂粒の跳躍特性がかなり相違し、こうした床面特性の変化が掃流砂粒の運動に非常に大きな影響を与えることが明らかになった。さらに、飛砂においても、流砂の場合と同じくその現象中に7つの基本的現象が存在し、その相互間に移行確率があることを確かめた。つぎに、個々の saltation の特性を考察し、とくに飛砂の平均反発係数が0.72であり、流砂の場合の0.55と比較してかなり大きいことおよび平均飛高と飛距離との比で定義される  $\lambda$  は、飛砂および流砂の場合に対してそれぞれ0.26および0.40であって、いずれも固定床における値と一致しており、この  $\lambda$  が風および水

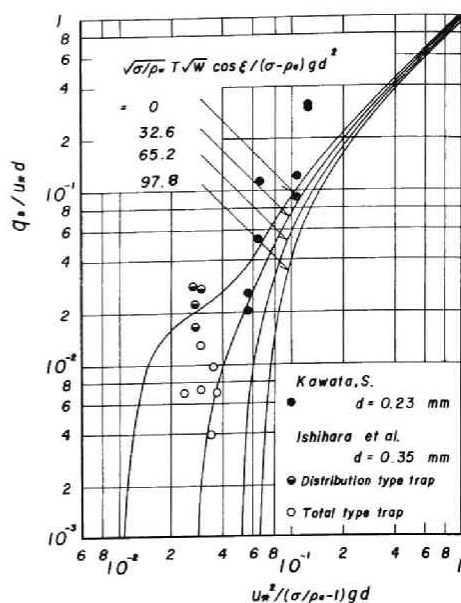


図-3.35 湿砂の飛砂量則の表示

流による砂粒の saltation を規定する 1 つの重要な定数であることが判明した。最後に、飛砂における砂粒の saltation の飛高および飛距離とその分布特性の考察から、飛高および飛距離は saltation の回数とともに急激に増大し、その絶対値は流砂の場合に比べてはるかに大きくなるが、固定床におけるそれらの絶対値と増加割合よりはかなり小さいことがわかった。また、運動砂粒が床面の静止砂粒と交換されず 5, 6 回の跳躍を繰り返せば、定常跳躍に近づく傾向を示し、この回数が固定床の場合の 1/2 程度であることから、反発係数による衝突特性の相違の影響がきわめて大きいと推定された。さらに、飛砂における飛高および飛距離の分布が流砂の場合に比べてかなり歪んでおり、この原因は、無次元掃流力が小さいと全運動砂粒のうち跳躍が 1, 2 回程度の砂粒が多くなるためと考えられ、この掃流力の範囲では流砂のように砂粒がすべて定常跳躍するという近似が成立せず、運動砂粒の配分則を考慮する必要があることを指摘した。

第 3 節では、saltation 層内の砂粒の掃流機構を理論的に考察し、まず、落下砂粒と移動床における静止砂粒との反発機構を運動量保存則に基づいて検討し、移動床では砂粒の見かけの反発係数が、無次元掃流力の増加とともに固定床の砂粒の反発係数よりも小さくなることがわかった。つぎに、砂粒の運動の配分則を考察し、平衡状態の飛砂・流砂現象はその運動エネルギーが最大すなわち与えられた条件のもとに最大の飛砂・流砂量を保持する場合に生ずると仮定して、砂粒の継続確率を理論的に誘導した。そして、この理論によれば、無次元掃流力が大きくなると大部分の運動砂粒が定常跳躍することが示された。さらに、砂粒の運動の配分則を適用して求められた飛砂における砂粒の平均飛高および飛距離は、実験値とよく一致することから、その妥当性が明らかになった。これは砂粒の飛高および飛距離の分布特性の考察からも確かめられた。

第 4 節では、まず河村の方法に従って saltation 機構に基づく砂粒の密度分布を理論的に求め、飛砂の場合について実験結果との比較を行ったところ、床面近傍では両者はかなり一致するが、高さが増加するとともに前者がほぼ指数的に減少するのに対して、後者はかなり散乱しているので、その傾向を明らかにできなかったが、指数分布しないとする河村の主張は必ずしも妥当ではないと推定された。また、流砂の場合についても計算結果と実験結果がある程度一致することが認められた。つぎに、saltation 層内の任意の水平面に働くせん断応力は、流体による Reynolds 応力とこの面を横切る上昇あるいは下降砂粒の運動量の差に起因する応力の和で表されるとし、Prandtl の運動量輸送理論を適用して、saltation 層内の流速分布を求めた。その結果、飛砂による風速の低下は saltation 層外にも及び、砂粒の平均飛高に相当する高さ以下では、風速が飛砂のために若干一様化する傾向を示すことがわかり、またこれらの結果は従来の実験結果とも比較的よい対応を示すことがわかった。

第 5 節では、以上述べた砂粒の掃流機構についての力学的関係を用い、砂粒と流体を含む二相流に運動量保存則を適用して、いわゆる plane bed を対象とした平衡状態の飛砂・流砂量則を誘導した。飛砂量については、従来の実験結果が移動限界付近を除いて、各実験者の無次元飛砂量が無次元掃流力によってほとんど同じ傾向の変化を示すが、同一の掃流力において飛砂量が大きく相違するので、その原因を指摘するとともに、実験条件を検討して新たに正確な飛砂量に関する実験を行った。この飛砂量の実験値ならびに従来の plane bed および transition の河床における流砂量の実験値とこれらの理論とを比較した結果、飛砂・流砂量則は実験結果ときわめてよく一致することがわかり、飛砂・流砂量則が統一的に表示できた

ことはとくに注目すべきことといえよう。流砂において河床波が存在する場合には、その一波長についての力学平衡式と砂面近傍の流速が砂粒の移動速度に規定されるという仮定から、有効掃流力を算定し、それを用いて流砂量則と従来の dune bed での流砂量の実験結果とを比べたところ、両者はかなり一致することが示された。

最後に、第6節では、飛砂量に及ぼす含水比の影響を砂粒に働く表面張力による限界掃流力の変化として考察し、湿砂の飛砂量則を表示することを試みた。その結果、球状砂粒に働く表面張力を考慮した砂粒の静的つり合条件から、含水比を含む新しい無次元量  $\sqrt{\sigma/\rho_w} T \sqrt{w} \cos \xi / (\sigma - \rho_a) g d^2$  の関数として無次元限界掃流力の理論式を提案した。そして、これと従来の飛砂における砂粒の限界掃流力の実験および現地観測値との比較から、含水比のかなり広範囲にわたって両者がよく一致することがわかった。これを気乾状態の飛砂量則に導入して、湿砂の飛砂量を考察し、同一の無次元掃流力では含水比を含む新しい無次元量が大きくなると飛砂量は著しく減少するが、無次元掃流力が0.2以上では含水比による影響が無視できることがわかり、またこの飛砂量則が数少ない実測値とある程度一致することが示された。

## 参 考 文 献

- 1) Einstein, H. A.: The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, U.S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Tech. Bull., No. 1026, 1950, pp. 1-71.
- 2) 佐藤清一, 吉川秀夫, 芦田和男: 河床砂礫の掃流運搬に関する研究(1), 建設省土木研究所報告, 第98号, 昭32, pp.13-30.
- 3) Kalinske, A. A.: Movement of Sediment as Bed Load in Rivers, Trans. A.G.U., Vol. 28, No. 4, 1947, pp. 615-620.
- 4) Yalin, M. S.: Mechanics of Sediment Transport, Pergamon Press, 1972, pp. 142-151.
- 5) 岸 力, 福岡捷二: 河床粒子の saltation の機構と流砂量, 土木技術資料, 土木学会北海道支部, 第23号, 昭41, pp.113-120.
- 6) 土屋義人, 渡戸健介, 青山俊樹: 水流による砂れきの saltation の機構(1), 京都大学防災研究所年報, 第12号B, 昭44, pp.475-490.
- 7) 土屋義人, 青山俊樹: 水流による砂れきの saltation の機構(2) - Successive saltation の理論について -, 京都大学防災研究所年報, 第13号B, 昭45, pp.199-216.
- 8) Bagnold, R. A.: The Flow of Cohesionless Grains in Fluid, Philosophical Trans. Roy. Soc. Lond., A, Vol. 249, 1956, pp. 235-297.
- 9) 芦田和男, 道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第206号, 昭47, pp.59-69,
- 10) Bagnold, R. A.: The Physics of Blown Sand and Desert Dunes, Mathuen & Co. Ltd., 1954.
- 11) 河村龍馬: 飛砂の研究, 東京大学理工学研究所報告, 第5巻, 昭26, pp.95-112.
- 12) Kadib, A. A.: Mechanism of Sand Movement on Coastal Dunes, Proc. ASCE, WW2, 1966,



pp. 27-44.

- 13) Owen, P. R.: Saltation of Uniform Grains in Air, Jour. Fluid Mech., Vol. 20, Part 2, 1964, pp. 225-242.
- 14) 矢野勝正, 土屋義人, 青山俊樹: 掃流砂れきの saltation に関する実験, 京都大学防災研究所年報, 第12号B, 昭44, pp.491-502.
- 15) Horikawa, K. and H. W. Shen: Sand Movement by Wind Action (On the Characteristics of Sand Traps), Beach Erosion Board, Tech. Memo., No. 119, 1960, pp. 1-51.
- 16) Yano, K. and A. Daido: Fundamental Study on Mud-flow, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 14, Part 2, 1965, pp. 69-83.
- 17) たとえば, Rotta, R. J.: Turbulente Strömungen, B. G. Turner, Stuttgart, 1972.
- 18) たとえば, Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, New York, 1960.
- 19) Zingg, A. W.: Wind-tunnel Studies of the Movement of Sedimentary Material, Proc. 5th Hyd. Conf., State Univ. of Iowa, Bull. 34, 1952, pp. 111-135.
- 20) Belly, P. Y.: Sand Movement by Wind, U. S. Army Coastal Engg. Res. Center, Tech. Memo., No. 1, 1964, pp. 1-37.
- 21) Gilbert, G. K.: The Transportation of Debris by Running Water, U.S.G.S. Professional Paper, 86, 1914, pp. 1-263.
- 22) Paintal, A. S.: Concept of Critical Shear Stress in Loose Boundary Open Channels, Jour. Hyd. Res., Vol. 9, No. 1, 1971, pp. 91-113.
- 23) Guy, H. P., D. B. Simons and E. V. Richardson: Summary of Alluvial Channel Data from Flume Experiments, 1956-61, U.S.G.S. Professional Paper, 462-1, 1966, pp. 1-95.
- 24) 椿 東一郎: 砂漣をともなう掃流作用について, 土木学会誌, 第40号, 昭30. pp.384-392.
- 25) Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual: Hydraulic Relations for Alluvial Streams, Proc. ASCE, Vol. 97, HY1, 1971, pp. 101-141.
- 26) Kitaigorodskii, S. A. and Y. A. Volkov: On the Roughness Parameter of the Sea Surface and the Calculation of Momentum Flux in the Near-Water Layer of the Atmosphere, Izv., Atmo. and Oceanic Physics Ser., Vol. 1, No. 9, 1965, pp. 973-988.
- 27) 大山義年, 山口賢二: 重力場における粒子層の平衡含液量について, 理研報告, 第38巻, 第4号, 昭37. pp.392-400.
- 28) 秋葉満寿次: 砂土含水量と飛砂限界風速との関係, 農業土木研究, Vol.5, No.2, 昭8, pp.157-174.
- 29) Svasek, J. N. and J. H. J. Terwidt: Measurements of Sand Transport by Wind on a Natural Beach, Sedimentology, Vol. 21, 1974, pp. 311-322.
- 30) 中島勇喜, 末 勝海, 長沢 喬: 飛砂に及ぼす砂表層含水比の影響(予報), 砂丘研究, 第1号, 昭48, pp.67-73.
- 31) 河田三治: 防災林に関する調査報告, 治山事業参考資料第Ⅱ輯, 林野庁, 昭25, pp.1-109.



- 32) Ishihara, T. and Y. Iwagaki: On the Effect of Sand Storm in Controlling the Mouth of the Kiku River, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 2, 1952, pp. 1-32.

## 第4章 非平衡状態における砂粒の流送機構に関する研究

### 第1節 緒 言

水理構造物周辺の局所洗掘や水流による砂面の不安定現象は、洗掘の進行や河床波の発達などに伴う流れの変化と掃流砂粒の非平衡性に関係して、一般にきわめて複雑である。これまで前者については主として実験的研究の域を脱しておらず、また後者については種々の河床の不安定理論が発表されてきたが、いずれもかなり便宜的な仮定を含んでおり、その妥当性に疑問を残しているといえる。床面が固定床の場合、たとえば水路彎曲部や波状水路床上などにおける流れの特性は、従来から理論的に詳しく検討されてかなり明らかになっているが、<sup>1), 2)</sup> これらの成果を移動床の場合に適用しても、よほど特殊な条件や大胆な仮定をしないかぎり、局所洗掘や砂面の不安定現象をうまく説明できないと思われる。これは、固定床の場合と相違して移動床では、局所的な水理量と砂粒の輸送量などの間に平衡関係が成り立つことによると考えられる。したがって、これらの現象を明らかにするためには、まず流れの変化に対応した非平衡状態の砂粒の流送機構を明らかにする必要がある。

すでに、土屋<sup>3)</sup>および椿ら<sup>4)</sup>は砂粒の運動の非平衡性について検討している。すなわち、前者は水門の水たたき下流部の局所洗掘機構の考察において、平衡流砂量式として Kalinske 型のものを用いて、掃流砂の連続式から流下距離の指数関数で表される非平衡掃流砂量式をはじめて誘導しており、また後者は河床波の発生限界の考察において、河床波上の掃流砂粒の運動に Einstein のモデルを適用して、非常に興味ある結果を見出している。しかし、これらの非平衡流砂量式はあくまで砂粒の連続式のみから求められたもので、砂粒の運動と流れとの相互作用が明らかではなく、移動床でみられるような非平衡現象に適用するには、いまだ不十分であるといえよう。

一方、砂粒などの固体粒子が乱れによる浮遊形式で拡散輸送される現象は、土砂水理学の分野<sup>5)</sup>だけでなく、化学工学や原子工学<sup>6)</sup>の分野でも研究されており、最近では気相一固相あるいは液相一固相の二相流として取扱われ、流体力学の基礎式からこれらの相互作用を理論的に検討しようとする試みが着実に進められている。これに対して、掃流形式で砂粒が輸送される場合には、前章で詳しく述べたように、その運動が床面付近に限定され、しかも床面条件に大きく影響されるので、浮遊の場合のように理論的に扱うことは比較的困難であるが、床面における平衡状態の砂粒の流送機構が力学的な保存則の適用によって明らかになれば、二相流的な取扱いがある程度可能であるように考えられる。

そこで、本章では非平衡状態における砂粒の掃流機構を明らかにするために、つぎのような研究を実施する。まず、第2節では砂粒を含む二相流に運動量保存則を適用し、流れと砂粒の運動は弱干渉の関係にあるものと仮定して、流体・砂粒系における両者の運動方程式を理論的に誘導し、またこの過程における流体・砂粒系の連続式を導びく。つぎに、第3節ではもっとも単純化された場合の非平衡飛砂量に関する詳細な実験を行い、この結果と第2節で誘導した基礎方程式の解との比較検討から、非平衡状態の砂粒の流送特性を考察する。最後に、第4節ではこれらの結果を現地海岸に適用して、飛砂による海浜変形機構

を検討した結果を述べるつもりである。

## 第2節 基礎方程式の誘導

ここでは、まず砂粒と流体を含む二相流に運動量保存則を適用して、plane bedを対象とした非平衡状態の流体・砂粒系の運動方程式を誘導し、またこの過程において二相流としての流体・砂粒系の連続式を導びくことにする。

### 1) 流体・砂粒系の運動方程式

固定床上の流れたたとえば開水路水流の運動方程式を誘導する方法は、Navier-Stokesの運動方程式を積分する方法、運動量保存則から求める方法およびエネルギー保存則から求める方法などがあるが、<sup>7)</sup>ここでは運動量保存則を砂粒を含む二相流に適用して流体・砂粒系の運動方程式を誘導する。

図4.1に示すような座標系を用い、下流方向に $x$ 軸、垂直上向きに $z$ 軸をとり、微小距離 $\delta x$ だけ離れた2断面ABおよびCDと自由水面および砂面とによって囲まれた単位幅の検査面を考える。いま、水深を $h$ 、砂面の高さを $\eta$ とし、掃流砂粒の飛高が水深に比べて十分小さく、また第3章で示した平衡状態の場合に成立する砂粒のsaltationに関する力学的な関係が非平衡状態の場合にも成立すると仮定すれば、この検査面ABCDに運動量保存則を適用し、次式が成立する。

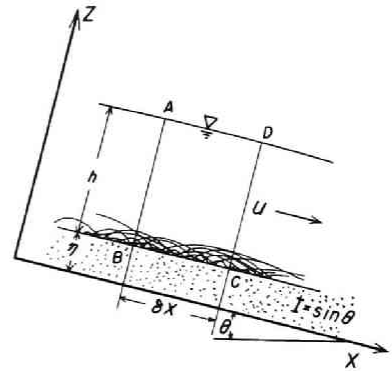


図4.1 座標系と支配断面の模式図

$$M_{f1} + M_{s1} + M_{f2} + M_{s2} + M_{s3} + M_{s4} = W_x + P_x + T_b \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

ここに、各記号の意味とその表示はつぎのようである。

(i)  $M_{f1}$  ; 2断面ABおよびCD間における水流の運動量の増加量

単位時間にAB断面に入ってくる水流のもつ運動量は、

$$\int_h \rho(1-\bar{c})u^2 dz$$

であり、またCDを通して出ていく運動量は、

$$\int_h \rho(1-\bar{c})u^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_h \rho(1-\bar{c})u^2 dz \delta x$$

となるので、2断面における運動量の増加量 $M_{f1}$ は、次式で表される。

$$M_{f1} = \frac{\partial}{\partial x} \int_h \rho(1-\bar{c})u^2 dz \delta x \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

(ii)  $M_{s1}$  ; 2断面ABおよびCDにおける砂粒の運動量の増加量

(i)と同様にして、次式が得られる。

$$M_{s1} = \frac{\partial}{\partial x} \int_h^m J U dz \delta x \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

ここに、 $J$ ：砂面に垂直な単位面積を単位時間に通過する砂粒の個数である。

(iii)  $M_{f2}$ ；ABCD内の水の単位時間の運動量の変化量

これは次式で表される。

$$M_{f2} = \frac{\partial}{\partial t} \int_h^c \rho (1 - \bar{c}) u dz \delta x \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

(iv)  $M_{s2}$ ；ABCD内の砂粒の単位時間の運動量の変化量

これは同様に次式で表される。

$$M_{s2} = \frac{\partial}{\partial t} \int_h^c c U dz \delta x \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

(v)  $M_{s3}$ ；砂面から砂粒が新しく飛び出すことによって検査面BCに入る砂粒の運動量

これは次式で表される。

$$M_{s3} = U_{01} G_{01} \delta x \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

ここに、 $U_{01}$ ：砂粒の $x$ 方向の初速度および $G_{01}$ ：砂面から単位時間単位面積当り新しく飛び出す砂粒の質量であつて、断面ABCD内の砂粒の平均濃度を $C_m$ とすれば、砂粒の連続式から、

$$G_{01} = \sigma \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (C_m h) + \frac{\partial q_s}{\partial x} \right\}$$

となり、結局式(4.6)はつぎのように表される。

$$M_{s3} = \sigma \left\{ \frac{\partial q_s}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} (C_m h) \right\} U_{01} \delta x \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

(vi)  $M_{s4}$ ；床面における跳躍砂粒の衝突によつてBC面を通過する砂粒の運動量の増加量

第3章第5節の式(3.41)から、これはつぎのように表される。

$$M_{s4} = \left( \frac{1}{e} - 1 \right) \sqrt{\frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho + 1/2}} (\cot \beta_m) \frac{\sqrt{2gH_m}}{L_m} \sigma q_s \delta x = C_1 \sigma q_s \delta x \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

(vii)  $W_x$ ；ABCD内の水および砂粒の自重による $x$ 方向の力

これは当然次式で表される。

$$W_x = \rho g I \left( h - \int_h^c \bar{c} dz \right) \delta x + \sigma g I \int_h^c \bar{c} dz \delta x \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

ここに、 $I = \sin \theta$ である。

(viii)  $P_x$ ；断面ABおよびCDにおける圧力差による $x$ 方向の力

水流および砂粒の $z$ 方向の加速度が無視されるという仮定が可能である場合には、圧力 $p$ は

$$p = \{ \rho (1 - \bar{c}) + \sigma \bar{c} \} g (h + \eta - z) \cos \theta$$

で表されるから、断面 AB および CD の圧力差による力  $P_x$  は、つぎのようになる。

$$P_x = -\frac{\partial}{\partial x} \int_h p dz \delta x$$

$$= -\{ \rho(1-C_m) + \sigma C_m \} gh \frac{\partial(h+\eta)}{\partial x} \cos \theta \delta x \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

(ix)  $T_b$  ; 床面に作用する摩擦力

$$T_b = -\tau_b \delta x \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

したがって、式(4.1)に式(4.2)から式(4.11)を代入すれば、二相流の運動方程式は、つぎのように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_h \rho(1-\bar{c}) u dz + \sigma \frac{\partial}{\partial t} \int_h \bar{c} U dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_h \rho(1-\bar{c}) u^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_h m J U dz$$

$$+ C_1 \sigma q_s - \sigma U_{01} \left\{ \frac{\partial q_s}{\partial x} + \frac{\partial(C_m h)}{\partial t} \right\} = \rho g I (h - \int_h \bar{c} dz) + \sigma g I \int_h \bar{c} dz$$

$$- \{ \rho(1-C_m) + \sigma C_m \} gh \frac{\partial(h+\eta)}{\partial x} \cos \theta - \tau_b \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

つぎに、砂面に垂直な単位面積を単位時間に通過する砂粒数  $J$ 、流砂量  $q_s$ 、砂粒の濃度  $c$ 、 $\bar{c}$  および  $C_m$  は、それぞれつぎのような関係にある。

$$q_s = \frac{1}{\sigma} \int_h m J dz, \quad c = m J / U, \quad \bar{c} = c / \sigma, \quad C_m = \frac{1}{h} \int_h \bar{c} dh \quad \dots\dots\dots (4.13)$$

また、砂粒の速度  $U$  は断面平均速度  $U_m$  と近似的に等しいと仮定すれば、式(2.39)を用いてつぎのように与えられる。

$$U \doteq U_m$$

$$= U_0 + \frac{3C_D}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{H_m}{(\sigma/\rho + 1/2)(\sigma/\rho - 1)}} \frac{(u - U_0)^2}{\sqrt{gd}} \quad \dots\dots\dots (4.14)$$

ここに、 $U_0$  は砂粒が継続跳躍する場合の衝突直後の  $x$  方向の初速度であるが、流砂の場合には前章で示したように、数回の継続跳躍で定常跳躍に達するので、

$$U_0 \doteq U_s \quad \dots\dots\dots (4.15)$$

とおける。

さらに、床面に働く摩擦応力  $\tau_b$  をつぎのように表す。すなわち、流れが等流で掃流力が限界掃流力より小さい場合、この  $\tau_b$  は  $\rho g h I$  に等しくなるが、掃流力が限界掃流力より大きくなると、 $\tau_b$  は運動砂粒が床面に衝突したときに受ける摩擦応力  $\tau_d$  と水流自身が床面で受ける摩擦応力  $\tau_f$  の2つに分けて考えることができる。前者はいわゆる dispersive stress に対応するものであって、近似的に

$$\tau_d \doteq (\sigma - \rho) g I \int_h \bar{c} dz \quad \dots\dots\dots (4.16)$$

と表すことができる。ここに、積分範囲  $h$  は河床から水面までである。一方、後者の  $\tau_f$  は、非平衡状態においても微小距離  $\delta x$  では局所的に平衡状態における力学的関係が成立すると仮定すれば、第3章の式(3.37)と同様に近似的に限界掃流力  $\tau_c$  に等しいと考えられる。以上の関係は模式的に図-4.2のように示され、結局  $\tau_b$  はつぎのように表される。

$$\tau_b = (\sigma - \rho) g I \int_h \bar{c} dz + \tau_c \quad \dots\dots\dots (4.17)$$

二相流において、運動砂粒と流れの相互作用の影響が無視できるほど小さいとすれば、式(4.12)に式(4.13)、(4.14)および(4.17)を代入して、つぎのように流体・砂粒系の2つの運動方程式に分離して表示することができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_h \rho(1-\bar{c}) u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_h \rho(1-\bar{c}) u^2 dz = \rho g h I - \rho(1-C_m) g h \frac{\partial(h+\eta)}{\partial x} \cos\theta - \tau_b - R \quad \dots\dots\dots (4.18)$$

$$\begin{aligned} & \sigma(1 - \frac{U_{01}}{U_m}) \frac{\partial q_s}{\partial t} + \sigma(U_m - U_{01}) \frac{\partial q_s}{\partial x} + \sigma(C_1 + \frac{\partial U_m}{\partial x}) q_s \\ &= -\sigma g \frac{q_s}{U_m} \frac{\partial(h+\eta)}{\partial x} \cos\theta + \tau_b - \tau_c + R \quad \dots\dots\dots (4.19) \end{aligned}$$

ここに、 $R$ はいわゆる interaction force であって、流体中での砂粒の運動に基づいて表されるべきものである。従来、これに関して、固体粒子が拡散輸送される場合はすでに Hinze<sup>8)</sup>らによって検討され、最近 Murray<sup>9)</sup>はこれらが砂粒濃度の関数であることを示している。これに反して Bagnold<sup>10)</sup>の流砂モデルのように、流水による力が掃流砂粒の移動層上面にしか働かないと仮定するならば、当然  $R=0$  が成立する。しかし、saltation のように跳躍しながら移動する現象では、上述した取扱いは不適当と思われるので、つぎのように考えて求めることにする。すなわち、流れが等流の場合、単一砂粒が流体から受ける流下方向の力  $F_x$  は、式(2.27)に示したように、

$$F_x = \frac{\pi}{8} d^2 C_D \rho \frac{(u-U)^2}{1+(1/2)(\rho/\sigma)}$$

となり、ABCD内の多数の運動砂粒が流下方向に単位面積当り流体から平均的に受けている力は、近似的につぎのように表される。

$$\begin{aligned} R &= \int_h \frac{c}{m} F_x dz \\ &\doteq \frac{3}{4} \alpha_i C_D \rho \frac{1}{\{1+(1/2)(\rho/\sigma)\}d} \frac{(u-U_m)^2}{U_m} q_s \quad \dots\dots\dots (4.20) \end{aligned}$$

ここに、 $\alpha_i$  は interaction force を式(4.20)の形で表示したために導入した係数であって、実験的に定められる。

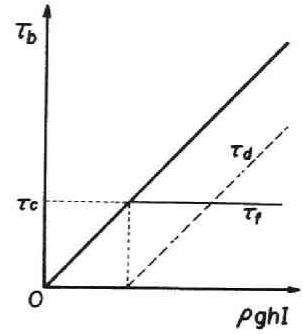


図-4.2 床面に働く摩擦応力の関係の模式図

いま、式(4.18)において、 $\bar{c} = 0$  および  $\eta = 0$  とすれば、固定床上の流砂を含まない水流の運動方程式、

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_h \rho u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_h \rho u^2 dz = \rho g h I - \rho g h \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta - \tau_b \quad \dots\dots\dots (4.21)$$

が得られ、<sup>7)</sup> また流れが等流で砂粒の運動が平衡の条件では、式(4.19)は第3章で示した式(3.44)と同一の表示になることがわかる。

つぎに、二相流を対象とした流体・砂粒系の連続式を考察する。すなわち、図-4.1を参照してまず単位幅当りの流体の連続式を求める。

(i) 2断面 AB および CD を通過する流体の質量差

単位時間に AB 断面から入ってくる流体の質量は  $\rho q_f$  であり、CD 断面から出ていく流体の質量は  $\rho q_f + \{ \partial(\rho q_f) / \partial x \} \delta x$  であるから、その差

$$\{ \partial(\rho q_f) / \partial x \} \delta x$$

だけ減少する。

(ii) 水面 AD の上昇による単位時間当りに両断面間で増加する流体の質量

$$(1 - C_m) \{ \partial(\rho h) / \partial t \} \delta x$$

ここに、 $C_m$  : 体積表示の平均砂粒密度である。

(iii) 床面 BC の上昇による単位時間当りに両断面間で増加する流体の質量

$$\lambda_d \{ \partial(\rho z) / \partial t \} \delta x$$

ここに、 $\lambda_d$  : 空隙率である。

(iv) ABCD 内の砂粒濃度変化に伴う流体の質量の変化量

$$h \{ \partial(\rho C_m) / \partial t \} \delta x$$

したがって、(i)~(iv) から流体の連続式は、非圧縮性を仮定して、つぎのように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} h(1 - C_m) + \lambda_d \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial q_f}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.22)$$

つぎに、同様の方法で流体・砂粒系における砂粒の質量保存を表す連続式を誘導する。

(i) 2断面 AB および CD を通過する砂粒の質量(流砂量)の差

質量の差については、流体の場合と同様にして、

$$\{ \partial(\sigma q_s) / \partial x \} \delta x$$

と表される。

(ii) 水面 AD の上昇による単位時間当りに両断面間で増加する砂粒の質量

$$C_m \{ \partial(\sigma h) / \partial t \} \delta x$$

(iii) 床面 BC の上昇による単位時間当りに両断面間で増加する砂粒の質量

$$(1 - \lambda_d) \{ \partial(\sigma z) / \partial t \} \delta x$$

これは、床面から単位時間単位面積当り新しく飛び出す砂粒の質量との関係で、

$$-G_{01} \delta x$$

に等しい。

(iv) ABCD 内の砂粒の濃度変化に伴う砂粒の質量の増加量

$$h \{ \partial(\sigma C_m) / \partial t \} \delta x$$

したがって、(i)～(iv) から砂粒の連続式はつぎのように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_m h) + (1 - \lambda_d) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.23)$$

また、(iii) から次式が成立する。

$$G_{01} = \sigma \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (C_m h) + \frac{\partial q_s}{\partial x} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.24)$$

式(4.22) および(4.24)を用いて、流体と砂粒の二相流の連続式は、つぎのように与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (h + z) + \frac{\partial}{\partial x} (q_f + q_s) = 0 \quad \dots\dots\dots (4.25)$$

以上の結果から、結局非平衡状態の流体・砂粒系の基礎方程式は、流体・砂粒系の運動方程式である式(4.18) および(4.19) と流体・砂粒系の連続式である式(4.22) および(4.23) の4式によって構成される。なお、このような取扱いは、一次元解析法の立場から、さらに任意断面の場合に対しても拡張されるであろう。

### 第3節 非平衡状態における砂粒の流送特性

いま、移動床が風上側で固定床に接続する砂面上を風が吹く場合を考える。移動床の上流端にある砂粒は風速が移動限界風速以上になると、順次 saltation を開始する。これらの砂粒は、砂面と衝突して、静止砂粒を新しく saltation に移行させる現象を誘発しながら下流側に運ばれる。したがって、流下方向に飛砂量は次第に増大していく。しかしながら、前章で示したように、飛砂量が増せば跳躍砂粒によって奪われる運動量が大きくなるから、saltation 層内の風速が弱まることが考えられ、このことから十分風下



側では風の運動量と砂粒のもつ運動量とがバランスしたいわゆる平衡状態に達し、飛砂量は一定になるものと考えられる。同様の現象は流砂においても見られようが、とくに dunes の背面上では reattachment point から crest にかけて掃流砂量が増大する非平衡状態になっていると一般にいわれている。

ここでは、第2節で示した基礎式の解をもっとも単純な条件のもとで解き、同じ条件で行った非平衡飛砂量についての実験結果と比較検討して、interaction force の表示に含まれる実験定数  $\alpha_i$  について考察する。

#### 1) 非平衡飛砂および流砂量式

いま、流れが等流で砂粒の運動が時間的に変化しないものとして、流下方向に変化する非平衡飛砂および流砂を考えれば、その基礎式は式(4.19)からつぎのようになる。

$$\sigma(U_m - U_{01}) \frac{\partial q_s}{\partial x} + \sigma C_1 q_s = \tau_b - \tau_c + R \quad \dots\dots\dots (4.26)$$

Interaction force  $R$  は式(4.20)で表されるものとし、境界条件を  $x=0$  で  $q_s=0$  とすれば、式(4.26)の解はつぎのように表される。

$$\frac{q_s}{q_{s0}} = 1 - \exp(-\lambda_1 \bar{x}) \quad \dots\dots\dots (4.27)$$

ここに、 $\bar{x} = x/d$  および

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho}{\sigma} \right) \frac{1}{\bar{U}_m (\bar{U}_m - \bar{U}_{01}) \{1 + (1/2)(\rho/\sigma)\}} \left\{ \left( \frac{1}{e} - 1 \right) (\cot \beta_m) \frac{1}{\tau_*} - \frac{3}{2} \alpha_i C_D (A_r - \bar{U}_m)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (4.28)$$

であり、また  $q_{s0}$  は平衡状態における飛砂および流砂量である。

式(4.27)および(4.28)から、砂粒の輸送量  $q_s$  は下流にいくにつれて  $1 - \exp(-\lambda_1 \bar{x})$  に比例して増加する。いま、interaction force が無視できるとすれば、 $\lambda_1$  は  $\tau_*$  が増加するにつれて小さくなり、平衡状態になるまでの距離が長くなることがわかる。また、この場合飛砂の密度比が流砂の場合の約1000倍にも及ぶので、掃流力が同じであるならば、平衡状態に達するまでに要する距離は近似的に前者が後者のほぼ1000倍程度になるものと推察されよう。なお、式(4.28)にはいくつかの定数が含まれているが、 $\alpha_i$  以外はすでに平衡状態の飛砂・流砂の実験で確かめられているので、interaction force に含まれるこの定数を実験結果との比較から数値的に考察することができる。

#### 2) 非平衡飛砂量の実験

##### (1) 実験装置および実験方法

実験装置の詳細については、第3章第5節で述べたとおりであるが、上流の固定床部分はさらに4.7m延長して全長6.5mとした。捕砂器は、高さ5cm、幅10cmおよび長さ1mの水平型のものを使用した。捕砂率は掃流力によっても変化するが、今回の実験結果は同じ水平捕砂器で測定した非平衡飛砂量と平衡飛砂量との比  $q_s/q_{s0}$  で表示するつもりであるので、これによる影響は無視されよう。

実験は砂面を平らにならしたのち、まず移動床下流端に一部ガイドをもつ固定床の前部で平衡飛砂量を

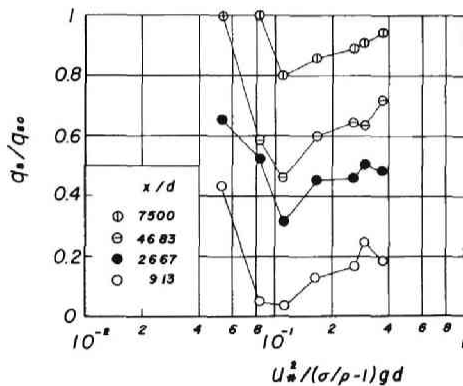
求めた。つぎに、捕砂器を上流側に移動し、固定床上流端から捕砂器までの距離を6～7回変化させて飛砂量を測定した。飛砂量の計測時間は各風速ごとにほぼ一定になるようにし、また実験後捕砂器から砂粒を取出す場合、その周囲の砂粒が入る恐れがあるので、電気掃除機を用いて吸引採取することにした。実験に使用した砂粒の特性および実験条件を表－4.1 にまとめて示した。

表－4.1 非平衡飛砂量の実験条件

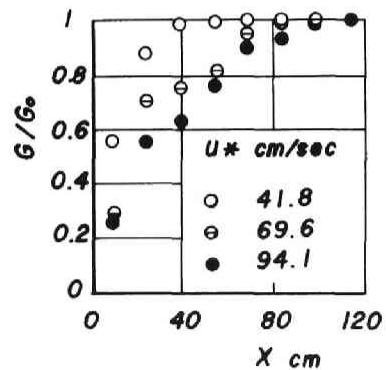
実験番号	粒径 $d$ mm	密度 $\sigma$ gr/cm <sup>3</sup>	温度 °C	摩擦速度 $u_*$ cm/sec	無次元掃流力 $u_*^2/(\sigma/\rho-1)gd$
1	0.21	2.65	27.6	59.0	0.0744
2	0.21	2.65	28.2	63.2	0.0854
3	0.21	2.65	17.0	88.0	0.173
4	0.30	2.56	7.8	56.8	0.0536
5	0.30	2.56	7.8	70.5	0.0826
6	0.30	2.56	7.6	81.3	0.110
7	0.30	2.56	7.6	99.9	0.166
8	0.30	2.56	7.6	125.0	0.260
9	0.30	2.56	7.5	133.4	0.296
10	0.30	2.56	7.4	149.1	0.370

## (2) 実験結果とその考察

図－4.3 は横軸に無次元掃流力、縦軸に非平衡飛砂量と平衡飛砂量との比をとり、流下距離  $\bar{x}$  をパラメーターとして  $d = 0.3$  mm の実験結果を図示したものである。この図から明らかなことは、実験値はかなりばらついているが、無次元掃流力が0.1程度以下では非平衡飛砂量と平衡飛砂量との比  $q_s/q_{s0}$  は掃流力の増加とともに減少し、それ以上では逆の傾向を示すことである。図－4.4 に示した河村<sup>11)</sup>の実験結果は、無次元掃流力  $\tau_*$  が約0.2以下のものであるが、この範囲では著者の実験結果と同じ傾向を示すことがわかる。



図－4.3 無次元掃流力による非平衡飛砂量の変化



図－4.4 加速飛砂流における砂粒の落下量(河村<sup>11)</sup>による)

つぎに、図-4.5には実験結果から推定した $\lambda_1$ と無次元掃流力との関係を示し、また図中の曲線は式(4.28)の表示において $\alpha_i$ をパラメーターとして計算したものである。これから、interaction forceを考慮して $\alpha_i = 0.08$ とすれば、無次元掃流力のみの関数として表される $\lambda_1$ は、実験値とかなりよく一致することが見出される。このことから、interaction forceの表示に含まれる唯一の実験定数 $\alpha_i$ は、著者の実験範囲では無次元掃流力によって変化せず定数と考えてよいことがわかった。

最後に、図-4.6は式(4.27)による $q_s/q_{s0}$ の計算結果と実験結果との比較を示したものである。

Saltationが1～2回程度の非定常跳躍砂粒は捕砂器前面のわずかな局所洗掘の影響を受けることおよび流下距離が大きくなり平衡状態の飛砂量に近づくにつれて、飛高および飛距離が非常に大きくなり、今回用いた捕砂器では十分な精度で捕砂できないことから、実験値はかなり散乱しているが、式(4.27)の関係はある程度満足されていることがわかる。

これらの結果はあくまでも非平衡状態の飛砂について成立するものであるが、さらに流砂と

の関連で考察すれば、つぎのようである。式(4.27)の表示において、平衡状態に達するのに要する流下距離は密度比と無次元掃流力の関数で示されており、とくにこの距離に及ぼす密度比の影響は、前述したように飛砂と流砂とでは1000倍相違することがわかる。非平衡状態の飛砂量が平衡状態の飛砂量の90%以上になるのに要する距離を平衡距離と定義すれば、飛砂の場合、この距離の最大値は図-4.5および4.6から $\tau_* \doteq 0.1$ で粒径の約20000倍に達する。したがって、飛砂と流砂の密度比のほかは砂粒の反発係数や飛び出し角度の相違を考慮すれば、流砂の場合この平衡距離は粒径の数十倍から数百倍になると考えられる。これはEinstein<sup>12)</sup>の定義したstep lengthの値に対応しており、非常に興味深い事実といえよう。このstep lengthと水理量との関係については、すでに矢野ら<sup>13)</sup>が詳細なトレーサー実験と従来の実験結果の考察から、つぎのことを指摘している。すなわち、流砂の場合step lengthは平均して $80d \sim 300d$ であるが、無次元限界掃流力を0.05とした場合、 $\tau_* = 0.12$ 付近でstep lengthの極小値が存在し、その値の前後ではstep lengthがともに大きくなる傾向が見出される。そして、単位時間当りの移動確率が掃流力の増加に伴って、きわめて敏感に増加するのに対して、step lengthにはそのような大きな変化が見られないことから、後者は掃流力よりはむしろ砂粒の運動による河床近傍の乱れの特性と砂粒の配列

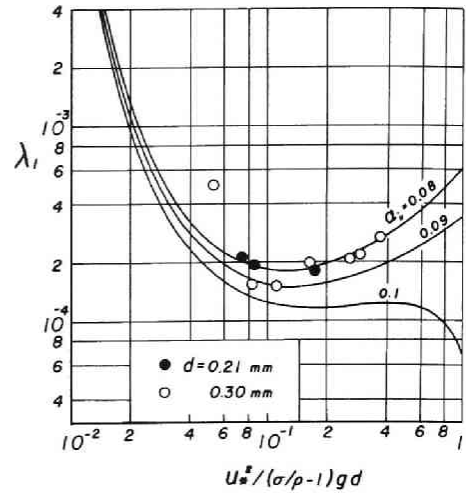


図-4.5 無次元掃流力による $\lambda_1$ の変化

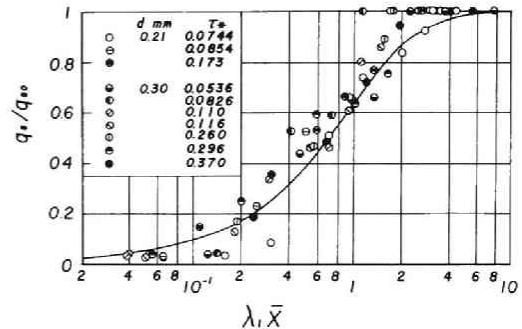


図-4.6  $q_s/q_{s0}$ と $\lambda_1 \bar{x}$ との関係

状態によって変化すると考えている。したがって、これらのことから、飛砂・流砂における平衡距離といわれる step length との関係については新たに考察しなければならないだろう。

いずれにしても、流れが等流の条件でも上流側で固定床に接続する移動床では、ただちに平衡状態の飛砂量あるいは流砂量になるのではなく、ある区間非平衡状態が続くということは、砂粒の連続式から考えて、当然この区間では一様な砂面変動が生じないことを意味している。これは砂面の不安定現象に本質的に関係するものであろう。

#### 第4節 飛砂による海浜変形への適用

わが国では、冬季節風によって飛砂が発生する例が日本海側だけでなく、太平洋側の砂浜海岸でも数多く報告されている<sup>14), 15), 16), 17)</sup>。ここでは、図-4.7に示す和歌山県西牟婁郡白浜町にある白良浜における飛砂による海浜変形の特性を述べ、その変形機構について本章第2節の成果を適用して考察した結果を示す。

##### 1) 白良浜の気象の特性

白良浜の飛砂による海浜変形の特性を明らかにするには、まず外力としての気象の特性を把握する必要がある。

図-4.8は白良浜の海岸堤防背後の地上4.3mに設置したコーシンペーン風速計による観測結果から、

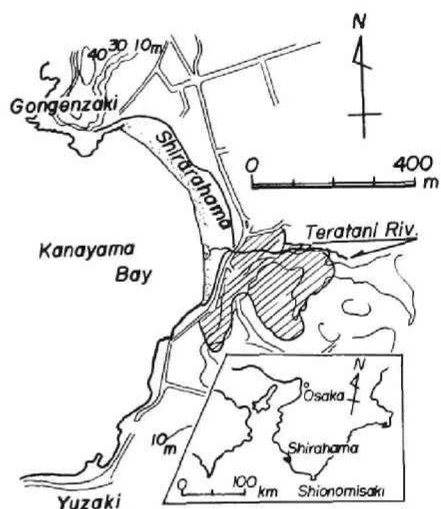


図-4.7 白良浜の位置図と漂砂源

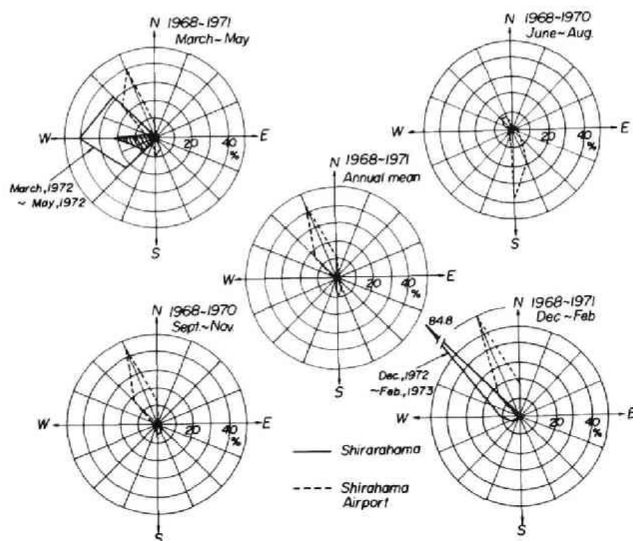


図-4.8 風配図

風配図を示したものである。この場合、砂粒の移動限界風速の推定値約 4.5 m/sec 以上のものを対象としている。これから、冬期はNW方向の季節風が卓越し、春期にはその頻度が低下し、NW、WおよびSW方向の風の頻度は同じであるが、斜線で示した 6 m/sec以上の風の出現頻度はW方向が他の2つの方向に比べて非常に高くなっている。図中には白良浜で欠測している夏および秋期の風向特性を検討するために、白浜空港で観測された結果を破線で示してある。両地点の地形的条件が異なるために風向特性が若干相違するであろうが、これから白良浜では夏期にS方向の風が卓越し、秋期にNNWおよびN方向の頻度が高くなると考えられる。

図-4.9 は白良浜における気象の季節的変動を明らかにするために、白浜空港の月最大風速の上位3位までの平均値とそれらをNおよびS方向に近似的に分けた風向特性および白浜測候所の月降水量と湿度の

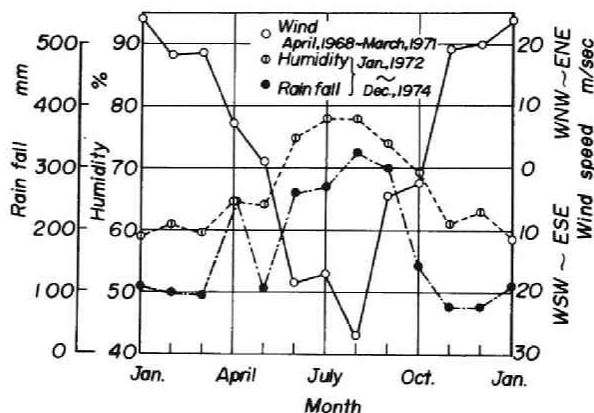


図-4.9 風速、降水量および湿度の変化

平均値を図示したものである。これらの観測値の場所的变化がほとんど無視できるものとすれば、白良浜では強風の卓越方向が季節的に変化することがわかる。また、月降水量は梅雨期から台風時期にかけて多く、湿度もそれにしたがって高くなっている。

## 2) 白良浜の飛砂による海浜変形の特徴

白良浜の飛砂による海浜変形を考察する場合、まずその漂砂源を検討し、しかるのち海浜変形の実態を明らかにすべきであろう。

### (1) 漂砂源

白良浜の漂砂源としては、一般的にはつぎの2つが考えられる。その1つは鉛山湾の海側からたとえば沿岸漂砂として運ばれてくる場合であり、いま1つは後背丘陵地から河川などを通して運搬される場合である。白良浜付近における白砂の分布を調べた結果はつぎのとおりである。すなわち、隣接する海浜の底質調査によれば、白良浜と同質の白砂の海浜は皆無であるが、鉛山湾の底質調査結果によれば、権現崎の若干沖側の岩床の凹部にも白砂が堆積している。この白砂の粒径は比較的均一であり、また、れきを含んでいないことから、高波浪による岩床の削岩によって生産されたとは考えられないようである。一方、白

良浜の後背丘陵地を現地踏査した結果、一般に均質で軟かく風化しやすいといわれている鉛山層群<sup>18)</sup>の砂岩および白砂が図-4.7の斜線で示す範囲に分布していることがわかった。

上述したことから、白良浜と同質の白砂の分布はこの浜に接続する地域に限られることがわかったので、つぎに砂粒の鉱物組成に着目して、白砂の移動特性から漂砂源を見出すことを試みる。

図-4.10は、白良浜およびそれに接続する鉛山湾の海底、白良浜の後背丘陵地および寺谷川の合計22地点から底質を採取し、鉱物拡大鏡を用いてそれらの地点での底質を石英、長石およびその他に分類し、それぞれの占める割合を円グラフで表したものである。ただし、円グラフの中の数字は石英の含有率を示し、また円グラフの右下の数字は超音波測深機と測深網を併用して測定した各測点での水深であり、その他として示したものは大部分が貝の破片であるが、一部磁鉄鉱などの有色鉱物を含んでいる。これから、

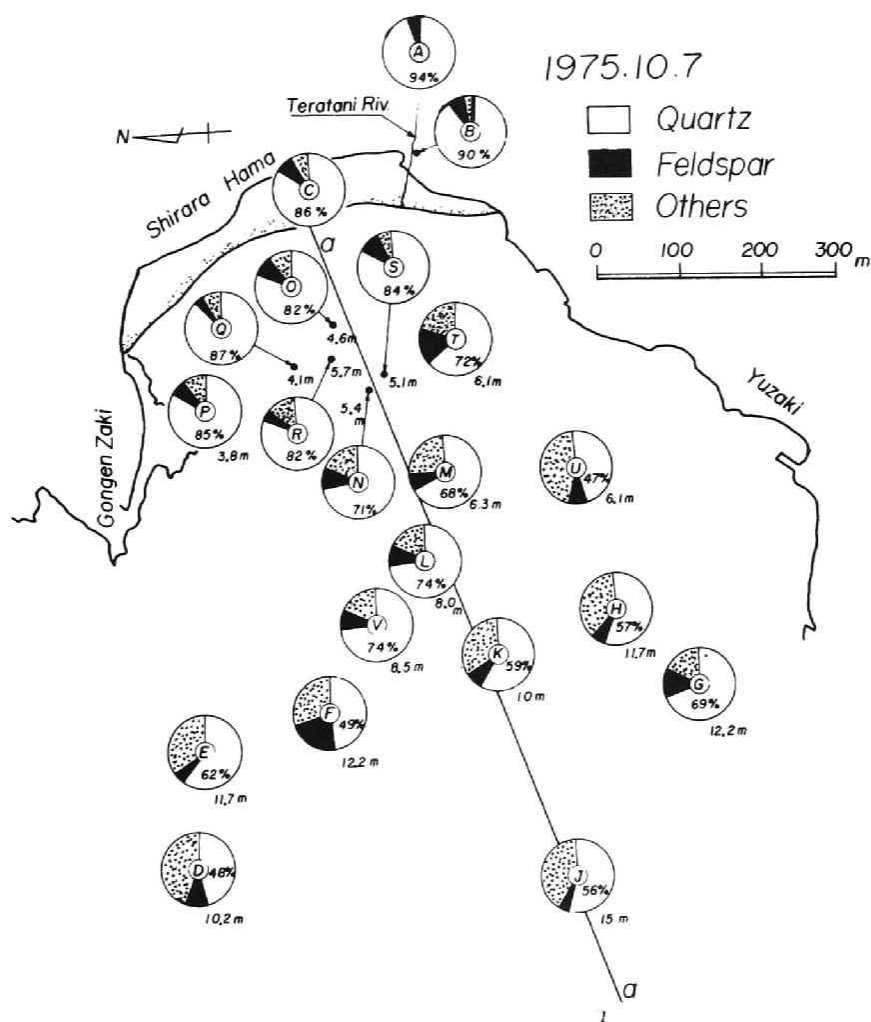


図-4.10 白良浜周辺の底質の鉱物組成

一般に沖方向に距離が増加すれば、白色の石英の含有率は減少するけれども褐色の長石の含有率はほとんど変化しないことがわかる。さらに、このことをより明らかにするために、図-4.10に示す測線aに沿って白良浜を基準にした沖向きの距離を $x$ として、石英と長石の含有率の距離的变化を図-4.11に示す。

これらの図から、石英の含有率は後背丘陵地では90%以上になっており、白良浜から鉛山湾の沖合へ向うにつれて徐々に含有率が減少し、水深が約10m地点では60%に近くなっていることがわかる。一方、長石の含有率は距離的变化がほとんどなく、ほぼ10%前後であることが見出される。

これらの結果から、白良浜の白砂は海側から供給されたと考えるよりは、むしろ後背丘陵地を流域にもつ寺谷川からの土砂の流送と渠道完成前の白良浜に接続していた丘陵地の地面侵食とによって供給されていたのではないかと考えられる。しかし、背後地の宅地化に伴って、最近では寺谷川からのわずかな土砂流出が唯一の有効な漂砂源となっている。

## (2) 飛砂による海浜変形の実態

図-4.12(a)および(b)は、白良浜の水準測量図をもとにして作られた侵食・堆積図であり、図中にはそれぞれの期間が示してある。このうち(a)では、冬期の季節風などの主として西風による飛砂と波浪の影響が考えられる。これら両期間の浜の侵食および堆積部分の分布形状はかなり類似している。一般的には、この浜の北側が侵食され南側に堆積が多く見られるが、これはNWまたはNNW方向の季節風による飛砂が主原因となっている。(c)は春期における浜の侵食・堆積図の1例であって、その一般的特徴は、前述した冬期の場合とかなり異なり、汀線に直角方向に変形し、とくに汀線付近と南側の海岸堤防の前面が大きく侵食されていることである。これは異常低気圧によるWおよびSW方向の強風による飛砂と波浪が主原因になっていると思われる。

図-4.13は春期におけるWNW方向の風の場合、その風速の平面分布を示したものである。これから、風速が汀線近傍から浜中央部に向かってかなり増大し、前述したこの付近の浜の侵食傾向とある程度一致している。また、春期の侵食土砂量が一般に堆積土砂量に比べて多いのは、飛砂によって南側の海岸堤防付近が大きく盛り上がり、春期の強風により海岸堤防を越えて背後地に流送され、堆積したためと考えられる。

図-4.14は1971年12月の浜砂の中央粒径の平面分布図から、飛砂の卓越移動方向と思われる測線に沿って、その場所的变化を図示したものであり、距離の基準点は図中の矢印の始点である。この図から、中央粒径は測線に沿って減少しており、その方向は前述した冬期の北西季節風の方向とよく一致していることが見出される。

## 3) 白良浜の飛砂による海浜変形機構

白良浜の中央部の平坦な砂面上で、まず、飛砂量の実測を行い、同時に風速の鉛直分布を測定した。そ

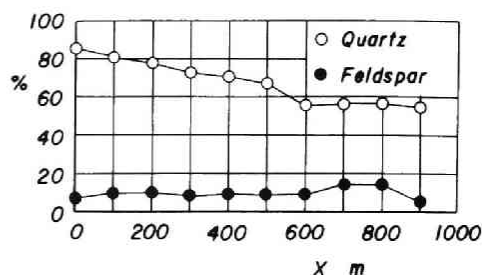


図-4.11 石英および長石の含有率の距離的变化

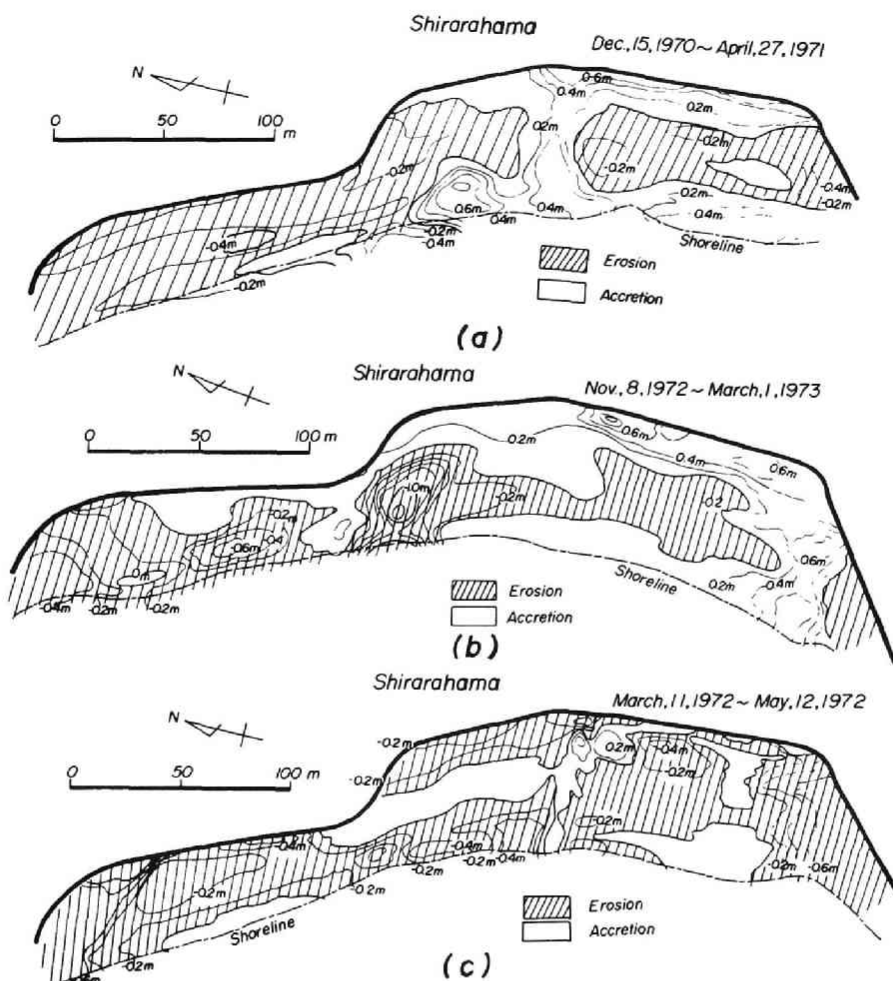


図-4.12 白良浜の侵食・堆積図

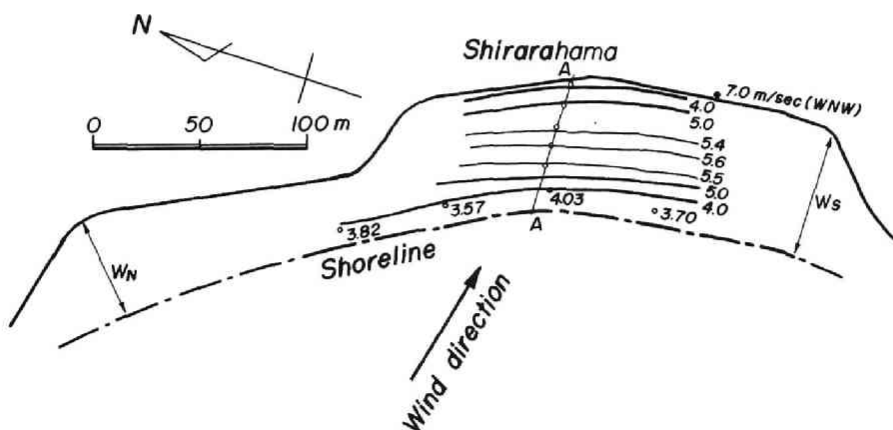


図-4.13 白良浜の風速の平面分布



の場合使用した捕砂器は、堀川ら<sup>19)</sup>が開発した捕砂率のよいV-5型捕砂器を改良したものであり、幅15 cm、長さ25 cmおよび高さ30 cmの真ちゅう製である。これらの観測結果から、風速分布より摩擦速度を推定して無次元掃流力と無次元飛砂量との関係を図示したものが図-4.15である。図中の曲線は式(3.52)を計算したものであって、式中の定数の値は図-3.24の場合と同様に飛砂による saltation の実験結果から得た値を用いた。図中の観測値は測定時間がすべて30 sec 以上のものであるが、同一の無次元掃流力では無次元飛砂量の観測値が計算値よりも一般的に大きくなっており、また無次元限界掃流力は0.01 よりかなり小さい。この原因としては、すでに図-3.33 の考察のところで述べたように、現地における風向および風速は非定常であり、いわゆる風の息によって間接的に飛砂が生ずる場合がみられ、その場合の平均風速から摩擦速度を推定する方法に若干問題があつて、実際より摩擦速度がかなり小さく評価されていることなどが考えられる。

一方、海浜上のNおよびNNW方向の風による砂面上の摩擦速度の場所的变化を検討した結果は、図-4.16 のとおりである。図中の細線は平均海面から勾配を $\alpha$ とするくさび状の海浜上の風速分布を完全流体として写像理論から計算し、摩擦速度との関係から推定したもので、次式で表される。

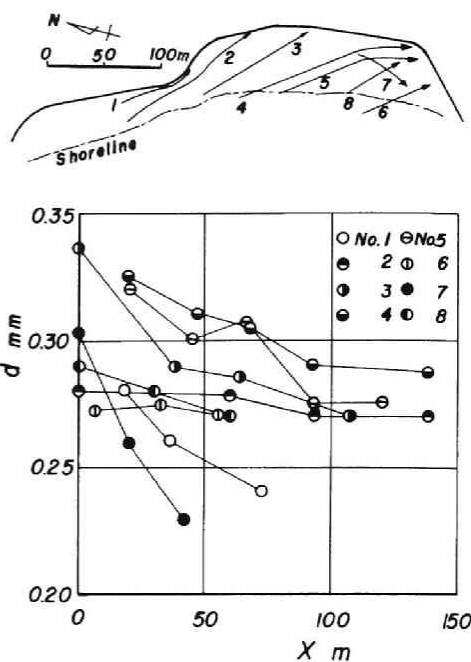


図-4.14 浜砂の中央粒径の場所的变化

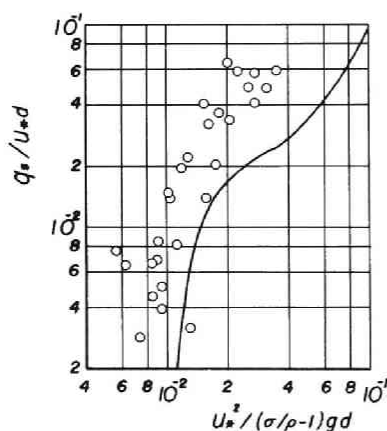


図-4.15 飛砂量の観測結果と飛砂量則との比較

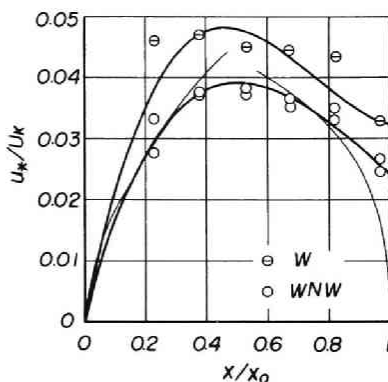


図-4.16 白良浜における摩擦速度の場所的变化

$$\frac{u_*}{U_k} = \beta_1 \left( \frac{x}{x_0} \right)^{\alpha/\pi} \dots\dots\dots (4.29)$$

ここに、 $U_k$ ：前述したコーシンペーン風速計による平均風速、 $\beta_1$ ：定数および $x_0$ ：風向に沿った浜の幅である。なお、図中には同様に推定した海岸堤防付近の摩擦速度の場所的变化も示してある。これから、汀線近傍など境界付近の風速分布は、このような取扱いである程度説明できるが、浜の形状は必ずしも一様ではなく、風速分布の場所的变化を統一的に表示することはむずかしいので、ここでは便宜上、最小自乗法による3次曲線近似を行い、その結果を太線で示した。

さて、図-4.17に示すように、海浜上に風向に沿って座標軸をとり、飛砂による海浜変形を一次元的に取扱うことにすれば、その連続方程式は次式で与えられる。

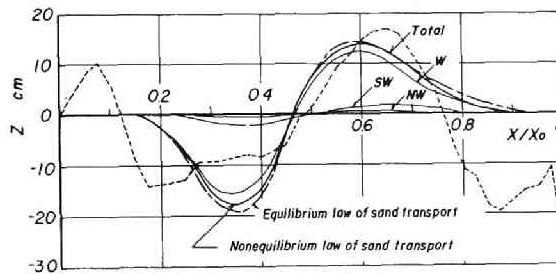


図-4.17 飛砂による海浜変形の計算結果と  
実測値との比較

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{t}} + \frac{1}{(1-\lambda_d)} \left( \frac{d}{x_0} \right) \frac{\partial q_{B*}}{\partial \bar{x}} = 0 \dots\dots\dots (4.30)$$

ここに、 $\bar{z} = z/d$ 、 $\bar{t} = t\sqrt{(\sigma/\rho-1)g/d}$ 、 $\bar{x} = x/x_0$  および  $q_{B*} = q_s/\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd^3}$  である。いま、平均風速の時間的变化は十分緩やかであるとして、その変形を時間ごとに重ね合わせることにすれば、つぎの関係式が得られる。

$$\bar{z} = - \frac{1}{1-\lambda_d} \left( \frac{d}{x_0} \right) \sum_i \left( \frac{\partial q_{B*}}{\partial \bar{x}} \right)_i t_i \dots\dots\dots (4.31)$$

ここに、 $u_*/U_k = k\bar{x}(a\bar{x}^2 + b\bar{x} + c)$ 、 $k$ 、 $a$ 、 $b$  および  $c$ ：定数および $i$ ：各風速の段階を表す。ただし、この場合座標は風向に沿ってとることにし、それぞれの変形を線形的に重ね合わせるものとしよう。

図-4.17は図-4.18に示した1972年3月11日～5月12日の風向別風速の延べ発生時間数を用いて、第2節で誘導した非平衡飛砂量則を表示する式(4.26)と式(4.31)とを連立して解き、同一測線上の海浜の変動量を風向別に計算して重ね合わせたものであり、図中には風向ごとの変動量も示してある。また、

図中の一点鎖線は式(4.26)のかわりに平衡飛砂量則を表す式(3.52)を用いて同様の計算を行った結果を示し、破線は図-4.13に示した風速測定断面A-Aに隣接する2測線について、汀線を基準として計算されたその期間の変動量を表している。この図から、春期における飛砂による海浜変形の大部分はW方向の強風に起因しており、また  $0.1 < x/x_0 < 0.5$  の範囲で侵食され、 $0.5 < x/x_0 < 0.8$  の範囲で堆積する傾向が見出される。そして、平衡および非平衡飛砂量則を用いて計算された全体的な侵食・堆積の傾向は、実測の海浜変形とかなり一致することがわかる。この図にみられる汀線付近の堆積は波浪のそ上によるわずかな堆積を表しているものと考えられる。また、潮位差の影響はただだか  $x/x_0$

$\approx 0.1$  付近までであるので、前述したその影響を含めて考えると、飛砂による海浜変形の開始点は  $x/x_0 \approx 0.12$  付近と思われ、飛砂発生日の計算結果ともよく一致しているといえよう。一方、 $x/x_0 > 0.8$  の範囲では、海岸堤防の影響によるこの付近の風向が複雑に変化し、堤防沿いの風によって局所的に洗掘されるために、図-4.17に示した変形量の連続性が成立しないものと考えられる。

なお、平衡および非平衡飛砂量則を用いた計算結果は、前者の方が後者に比べて海浜変形量がわずかに大きくなるが、この結果によれば両者は実用上ほとんど一致していると考えてよいであろう。したがって、飛砂による海浜変形の計算には、実際上平衡飛砂量則を適用してもさしつかえないと思われる。

## 第5節 結 語

本章では、非平衡状態における砂粒の流送機構の解明に対して、まず運動量保存則に基づいて飛砂・流砂の基礎方程式を誘導し、これを用いて非平衡状態の砂粒の流送特性と飛砂による海浜変形機構について2,3の考察を試みた。得られた成果を要約すれば、つぎのとおりである。

第2節では、砂粒の運動を saltation とし、運動量保存則を適用して、pland bed を対象とした二相流の運動方程式を理論的に誘導した。その場合、流れと砂粒の運動は弱干渉の関係にあるものと仮定し、interaction force を導入して流体・砂粒系の2つの運動方程式に分離して表示するとともに、この過程において流体・砂粒系の連続式を導びいた。この場合、interaction force は、ここで示した二相流的な取扱いから直接求めることができないので、砂粒の運動特性に立脚して1つの実験定数を導入した飛砂あるいは流砂量の関数として近似的に表されることを示した。

第3節では、interaction force の表示に含まれる実験定数  $\alpha_f$  を考察するために、流れが等流で上流端で砂粒の輸送量がないというもっとも単純な条件のもとで、流体・砂粒系の基礎式を解き、同じ条件で行った非平衡飛砂量に関する実験結果と比較検討した。その結果、非平衡飛砂量と平衡飛砂量との比は、無

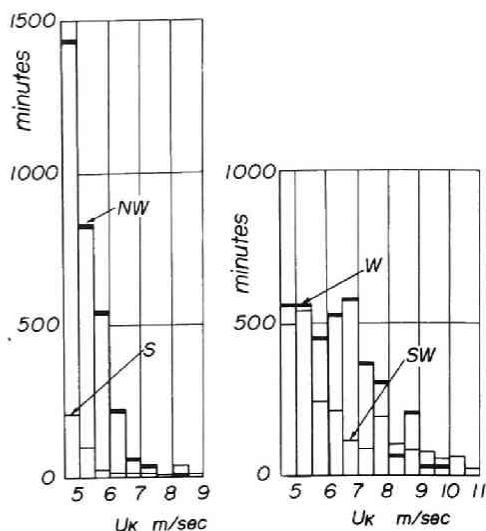


図-4.18 風向別風速の延べ発生時間数

次元掃流力が一定の場合、上流端からの距離とともに指数的に増加し、理論解と一致することがわかった。そして、interaction force を考慮し、 $\alpha_i = 0.08$  とすれば、非平衡飛砂量の理論的増加の特性を表す無次元掃流力のみの関数として求められた  $\lambda_1$  は、実験値とかなり一致することが見出された。このことから、interaction force の表示に含まれる唯一の実験定数  $\alpha_i$  は無次元掃流力によって変化せず定数と考えてよいことがわかった。なお、 $\lambda_1$  は無次元掃流力が約 0.1 で最小になり、そこでは非平衡状態の飛砂量が平衡状態の飛砂量の 90 % 以上になるのに要する距離の最大値は粒径の 20000 倍にも及ぶが、一方、流砂の場合この距離は、飛砂と流砂の密度比のほかに砂粒の反発係数や飛び出し角度の相違のために粒径の数十倍から数百倍程度であると推定された。

最後に、第 4 節では、白良浜の飛砂による海浜変形の特性を検討した結果、冬期は NW または NNW 方向の季節風による飛砂が主原因となっており、白良浜の北側が侵食され南側に堆積が多くみられ、春期は主に W 方向の強風による飛砂と波浪のために汀線付近と南側の海岸堤防前面がとくに侵食され、汀線と海岸堤防の中間付近に堆積する傾向があることを明らかにした。つぎに、白良浜の風速の平面分布および摩擦速度の場所的变化に関する資料をもとに、平衡および非平衡飛砂量則と海浜変形の連続式とに基づく一次的な取扱いによって、この浜の飛砂による海浜変形を考察した結果、これらの飛砂量則を用いて計算された全体的な侵食・堆積の傾向は実測結果とかなりよく一致することがわかった。また、平衡および非平衡飛砂量則を用いて行った海浜変形の計算結果を比較すると、前者による海浜変形が後者よりわずかに大きく現れるが、両者は実用上ほとんど一致するとみなされるので、飛砂による海浜変形の計算には、平衡飛砂量則を適用してもさしつかえないことがわかった。

## 参 考 文 献

- 1) たとえば, Rozovskii, I. L.: Flow of Water in Bends of Open Channels, Published by the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR, 1957.
- 2) たとえば, Iwasa, Y. and J. F. Kennedy: Free Surface Shear Flow over a Wavy Bed, Proc. ASCE, Vol. 94, HY2, 1968, pp. 431-454.
- 3) Tsuchiya, Y. and Y. Iwagaki: On the Mechanism of the Local Scour from Flows Downstream of an Outlet, Proc. 12th I.A.H.R., Vol. No.3, 1967, pp. 55-64.
- 4) 椿東一郎, 齊藤 隆: 流れによる Sand Wave の発生限界, 九大工学集報, 第 40 巻, 第 5 号, 昭 42, pp. 741-748.
- 5) たとえば, Vasiliev, O. F.: Problems of Two-Phases Flow Theory, Proc. 13th I.A.H.R., Vol. 5-3, 1969, pp. 39-84.
- 6) たとえば, Soo, S. L.: Fluid Dynamics of Multiphase Systems, Blaisdell Pub. Com., 1967.
- 7) 岩垣雄一: 開水路水流の理論, 水工学の最近の進歩, 土木学会, 昭 28, pp. 5-21.
- 8) Hinze, J. O.: Momentum and Mechanical-energy Balance Equations for a Flowing Homogeneous Suspension with Slip between the Two Phases, Appl. Sci. Res., Section A, Vol. 11, 1962, pp. 33-46.

- 9) Murray, J. D.: On the Mathematics of Fluidization, Part 1, Fundamental Equations and Wave Propagation, Jour. Fluid Mech., Vol. 21, part 3, 1965, pp. 465-493.
- 10) Bagnold, R. A.: The Flow of Cohesionless Grains in Fluid, Philosophical Trans. Roy. Soc. Lond., A, Vol. 249, 1956, pp. 235-297.
- 11) 河村龍馬：飛砂の研究，東京大学理工学研究所報告，第5巻，昭26，pp. 95-112.
- 12) Einstein, H. A.: The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, U.S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Tech. Bull., No. 1026, 1950, pp. 1-71.
- 13) 矢野勝正，土屋義人，道上正規：砂れきの流送機構の確率過程としての特性について，京都大学防災研究所年報，第11号B，昭43，pp. 61-73.
- 14) 岩垣雄一：網代港埋没に関する飛砂の影響について，土木学会誌，第35巻，第6号，昭25，pp. 19-25.
- 15) 新潟東港飛砂調査報告書，第1港湾建設局新潟港工事事務所，昭39，pp. 1-180.
- 16) 浜田徳一，大久保喜市，長谷直樹：石巻港および渡波港技術調査報告，運輸技術研究所港湾物象部，昭26，pp. 1-95.
- 17) Ishihara, T. and Y. Iwagaki: On the Effect of Sand Storm in Controlling the Mouth of the Kiku River, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 2, 1952, pp. 1-32.
- 18) 松下 進：日本地方地質誌近畿地方，増補版，昭37，pp. 209-215.
- 19) Horikawa, H. and H. W. Shen: Sand Movement by Wind Action - On the Characteristics of Sand Traps -, Beach Erosion Board, Tech. Memo., No. 119, 1960, pp. 1-51.

## 第5章 砂面の不安定性と砂れんの発生限界に関する研究

### 第1節 緒 言

自然界には、流体との境界面たとえば流水に伴う砂床面、飛砂に伴う砂面、風に伴う水面および雪面などが、流体運動によって波状に変形する現象は数多くみられ、なかでも砂漠や沖積河床の sand waves および風波の発生、発達に関しては、それらの現象の解明と水工学上の要求から、従来より実験的および理論的研究が活発に行われてきた。

土砂水理学の分野では、流砂あるいは飛砂に伴って sand waves が発生、発達する現象は、前述した自然現象の解明とともに實際上これが流れの構造や流砂量および飛砂量に多大の影響を与えるので、すでに20世紀初頭よりこれに関する現地観測<sup>1)</sup>と実験<sup>2)</sup>が数多く実施されてきたが、それと同時に sand waves の発生理論がつぎつぎと発表されてきた。まず、実験および現地観測で得た膨大な資料に基づく実証的な研究によって、水流あるいは風によって形成される各種 sand waves の定義と分類が行われ<sup>3)</sup>、その形状特性がかなり明らかになり、とくに河床波を対象としてそのスペクトル構造<sup>4)</sup>や簡単な次元解析的考察から河床形態の領域区分<sup>5)</sup>が検討されてきた。

一方、こうした sand waves の発生、発達に関する理論的取扱いにおいて、当初これが流れの不安定性に起因するという考えで、微小擾乱に対する層流の安定性の問題から出発した流体力学の安定理論の範ちゅうにこれを含めて検討しようとする方向が一般的に認められていた<sup>6)</sup>。しかし、砂面の波状性による水面波の発生に注目した Exner<sup>7)</sup>および Anderson<sup>8)</sup>の研究によって、水流による砂面の不安定性に対してはこの考えは修正を余儀なくされ、それ以後 Kennedy<sup>9)</sup>をはじめとする各種の発生理論が発表され、この自然現象の解明に大きな努力がなされてきた。

さて、こうした経緯を経て発表された水流による河床の不安定性に関する理論は、つぎの2つに大別できる。すなわち、数学的展開が比較的容易なポテンシャル流として流れを取扱うものと、開水路流れの基礎方程式から解析するものとのである。前者は、前述した Anderson の独創的な研究にはじまり、Kennedy<sup>9)</sup>、Reynolds<sup>10)</sup>、林<sup>11)</sup>および白砂<sup>12)</sup>らによって展開され、後者は1925年の Exner<sup>7)</sup>の研究を端緒として、松梨<sup>13)</sup>、椿・斉藤<sup>14)</sup>、Gradowczyk<sup>15)</sup>、Callander<sup>16)</sup>、Engelund<sup>17)</sup>、Smith<sup>18)</sup> および Fredsoe<sup>19)</sup>へと続いている。これらの理論の特徴については、たとえば Allen<sup>20)</sup>らによってかなり詳細に紹介されているので、ここではつぎの2つに焦点を合わせて従来の理論を考察してみよう。

まず、第1は、Kennedy<sup>9)</sup>が導入した流砂量と流速との遅れ $\delta$ の物理的解釈の問題である。ポテンシャル流による河床の不安定性に関する理論の展開では、この $\delta$ を導入しなければ、水理量に関係なく初期の微小擾乱によって河床形態が決定する。林<sup>11)</sup>はこの $\delta$ が極端な場合河床波の波長スケールの大きさを持つとする Kennedy の主張に疑問を持ち、流砂量に及ぼす河床波の波形勾配の影響を導入して、より合理的な理論の展開とその二次元への拡張を試みた。最近では、この $\delta$ と Benjamin<sup>21)</sup>により波形床面上の層流解で示されたせん断応力と波形変位間の位相差とが本質的に同じであると考え、日野<sup>22)</sup>は高次の摂動解

を求めて河床の不安定性に関する考察を行っているが、いまだ統一的な表示にまで至っておらず、 $\delta$ の物理的解釈についてなお検討の余地が残されているといえよう。これらのことは、河床の不安定の解析におけるこの遅れ $\delta$ の果たす役割が、本質的には流砂の非平衡性に依存するためであろうと考えられる。

第2は、開水路流れの基礎方程式から解析する場合に、河床波の擾乱を惹起する流砂量の非対称性を何によってもたらすかという問題である。すなわち、ほとんどすべての河床の不安定性に関する理論においては、流砂量式は平衡状態のものが用いられているので、河床波の発生条件を導くに当っては、必然的に局所的な水理条件の変化を考慮することが必要である。たとえば、Engelund<sup>17)</sup>やFredsoe<sup>19)</sup>は河床波上のslip velocityを仮定し、椿ら<sup>14)</sup>は連続式に基づく非平衡流砂量式のほかに、河床波上の流れは加速、減速を繰り返す、河床に働くせん断応力が場所的に変化するというモデルを採用している。このようにしてみると、結局前述したようなポテンシャル流または開水路流れとしての河床の不安定性に関する理論の取扱いでは、平衡状態での流砂量則のままでは理論の展開上不都合を生じ、どうしても流砂量の非平衡性をなんらかの近似的または経験的な表示で与えなければならないのである。

一方、飛砂による砂面の不安定現象については、地形学的な見地から、砂漠における現地観測によって得た資料解析を中心として、砂面形態の分類やその移動特性などが詳しく検討されてきたが、<sup>23)</sup>この現象を力学的に考察しようとする研究はわずかにKennedy<sup>24)</sup>によるものが挙げられるにすぎない。彼はポテンシャル流理論を適用し、境界条件として $h \rightarrow \infty$ で風速は零であると仮定して、砂面の不安定性に関する一般的表示を得ようとしたが、結局前述した遅れ $\delta$ の取り方によって、砂面擾乱に卓越波長が存在する可能性があることを示したにすぎず、砂面形態を区分することはできなかった。このように、飛砂および流砂による砂面の不安定現象を統一的に説明しようとする唯一の試みもむしろ失敗に終わっているといつてよい。

本章では、従来の砂面の不安定に関する理論の欠かぬが、ひとえに非平衡流砂量則の便宜的な表示に依存しているという観点に立つて、第4章で誘導した流体・砂粒系の二相流としての基礎方程式に基づいて、飛砂および流砂に対する新しい砂面の不安定性に関する理論を展開するつもりである。すなわち、まず、この基礎方程式から摂動法によって砂面擾乱の波速に関する特性方程式を直接誘導し、つぎに、この理論の飛砂への適用方法を検討する。そして、特性方程式の数値解と擬似定常近似による解析解とによって水流および風による砂面形態の領域区分を行い、従来の実験および観測結果と比較検討して、砂面の不安定性に関するこの理論の適用性を考察する。

## 第2節 砂面の不安定性に関する理論

ここでは、まず流砂による河床の不安定性に関する理論を誘導し、その近似解による河床擾乱の特性を考察するとともに、飛砂による砂面の不安定性の問題への適用方法について述べる。

### 1) 基礎方程式の無次元線形化

すでに、図-4.1に示したように河床に沿って下流方向に $x$ 軸をとれば、開水路における流体・砂粒系の基礎方程式は、それぞれ式(4.18)、(4.19)、(4.22)および(4.23)で表される。これらの式中にある未知量は、平均流速 $u_m$ 、基準面からの砂面の高さ $\eta$ 、水深 $h$ および流砂量 $q_s$ であるが、せん断応力 $\tau_f$

に関する表示すなわち抵抗則の適切な表示がないと基礎方程式の解は求めることができない。そのために、ここでは、plane bed を対象とし、砂粒の移動による粗度の増加に対して相当砂粒粗度  $k_s$  を導入し、そのときの粗面乱流の抵抗則を次式で表すことにする。

$$\frac{u_m}{u_*} = 6.0 + 5.75 \log \frac{h}{k_s} \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

したがって、河床せん断応力  $\tau_f (= \rho u_*^2)$  は平均流速、水深および相当砂粒粗度の関数で表される。

さて、水流は近似的に等流であり、河床形態は plane bed を対象とすれば、平均流速  $u_m$ 、水深  $h$ 、砂面の高さ  $\eta$ 、流砂量  $q_s$  および摩擦速度  $u_*$  は等流状態の値とそれからの変動量との和として、

$$\left. \begin{aligned} u_m &= u_0 + u', \quad h = h_0 + h', \quad \eta = \eta_0 + \eta' \\ q_s &= q_{s0} + q_s', \quad u_* = u_{*0} + u_*' \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

と表されると仮定する。ここに、記号 0 は等流状態を表す。

さらに、等流状態における平均流速  $u_0$ 、水深  $h_0$  および摩擦速度  $u_{*0}$  および粒径  $d$  を基準量として、つぎのような無次元量を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= u'/u_0, \quad \bar{h} = h'/h_0, \quad \bar{\eta} = \eta'/h_0, \quad \bar{q}_s = q_s'/u_{*0}d \\ \bar{x} &= x/h_0, \quad \bar{t} = (u_0/h_0)t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5.3)$$

つぎに、流体・砂粒系の連続式である式 (4.22) および (4.23) において、平均砂粒濃度と流砂量との関係は、砂粒の断面平均速度  $U_m$  を用いると、

$$C_m = q_s/U_m h \quad \dots\dots\dots (5.4)$$

と表され、 $(\partial U_m / \partial t) \ll 1$  と仮定すれば、近似的に次式が成立する。

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_m h) \doteq \left( \frac{1}{U_m} \right) \frac{\partial q_s}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (5.5)$$

式 (5.1)、(5.2) および (5.5) を式 (4.18)、(4.19)、(4.22) および (4.23) に代入し、摂動法を適用してそれぞれの微小量の 2 次以上の高次の項を省略することにすれば、式 (5.3) の定義による無次元の線形基礎方程式として、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} + \frac{I}{F_r^2} \right) \bar{u} + \left\{ \frac{1}{F_r^2} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} - \frac{I}{F_r^2} \left( 1 + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right) - M_1 \frac{I}{F_r^2} \bar{q}_{s0} \right\} \bar{h} \\ & + \left( -\lambda_d \frac{\partial}{\partial \bar{t}} + \frac{1}{F_r^2} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \right) \bar{\eta} + \left\{ M_1 \frac{I}{F_r^2} + \frac{1}{U_{m0}} \left( \frac{d}{h_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \right\} \bar{q}_s = 0 \quad \dots\dots\dots (5.6) \end{aligned}$$



$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) \bar{h} + \lambda_d \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} - \left( \frac{1}{U_{m0}} \right) \left( \frac{d}{h_0} \right) \frac{\partial \bar{q}_s}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (5.7)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ A_r M_2 \bar{q}_{s0} \tau_{*0} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{A_r}{(\sigma/\rho - 1)} \left( \frac{M_2 M_3}{\bar{U}_{m0}^2} \right) \bar{q}_{s0} \left( \frac{d}{h_0} \right) - \left( \frac{\rho}{\sigma} \right) (2 + M_1 \bar{q}_{s0}) \left( \frac{h_0}{d} \right) \right\} \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right) \bar{u} \\ & + \left[ \left\{ \left( \frac{\bar{q}_{s0}}{\bar{U}_{m0}} \right) \left( \frac{1}{F_r \sqrt{I}} \right) - 2.5 A_r M_2 \bar{q}_{s0} \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right)^3 \tau_{*0} \right\} \frac{\partial}{\partial x} + \left\{ \frac{2.5 A_r}{(\sigma/\rho - 1)} \left( \frac{M_2 M_3}{\bar{U}_{m0}^2} \right) \right. \right. \\ & + 2.5 \left( \frac{\rho}{\sigma} \right) (2 + M_1 \bar{q}_{s0}) \left. \left\{ \left( \frac{I}{F_r^2} \right) \right\} \right] \bar{h} + \left( \frac{\bar{q}_{s0}}{\bar{U}_{m0}} \right) \left( \frac{1}{F_r \sqrt{I}} \right) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} + \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (\bar{U}_{m0} - \bar{U}_{01}) \right. \\ & \left. \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right) \frac{\partial}{\partial x} + M_3 \left( \frac{1}{\bar{U}_{m0}} \right) \left( \frac{1}{F_r \sqrt{I}} \right) - M_1 \left( \frac{\rho}{\sigma} \right) \left( \frac{h_0}{d} \right) \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right) \right\} \bar{q}_s = 0 \quad \dots\dots\dots (5.8) \end{aligned}$$

$$(1 - \lambda_d) \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \left( \frac{d}{h_0} \right) \left\{ \frac{1}{\bar{U}_{m0}} \frac{\partial}{\partial t} + \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right) \frac{\partial}{\partial x} \right\} \bar{q}_s = 0 \quad \dots\dots\dots (5.9)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{3}{4} \alpha_i C_D \left\{ \frac{1}{1 + (\rho/2\sigma)} \right\} \frac{(A_r - \bar{U}_{m0})^2}{\bar{U}_{m0}} \\ M_2 &= \frac{4}{3} \left( \frac{1}{\lambda C_D A_r^2 \tau_{*0}^2} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + 8/\{3(1 - \epsilon) \lambda C_D A_r^2 \tau_{*0}\}}} \\ M_3 &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\epsilon} - 1 \right) \left\{ \frac{1 - (\rho/\sigma)}{1 + (\rho/2\sigma)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5.10)$$

および  $F_r = u_0/\sqrt{gh_0}$  である。いうまでもなく、これら4つの方程式が砂面の不安定性に関する理論の線形化された基礎方程式を構成することになる。

## 2) 微小擾乱の波速に関する特性方程式の誘導

いま、式(5.6)、(5.7)、(5.8)および(5.9)から、 $\bar{u}$ 、 $\bar{h}$ および $\bar{q}_s$ を消去し、砂面の変動量のみで表示することにすれば、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 \bar{\eta}}{\partial t^4} + N_1 \frac{\partial^4 \bar{\eta}}{\partial t^3 \partial x} + N_2 \frac{\partial^4 \bar{\eta}}{\partial t^2 \partial x^2} + N_3 \frac{\partial^4 \bar{\eta}}{\partial t \partial x^3} + N_4 \frac{\partial^4 \bar{\eta}}{\partial x^4} + N_5 \frac{\partial^3 \bar{\eta}}{\partial t^3} + N_6 \frac{\partial^3 \bar{\eta}}{\partial t^2 \partial x} \\ & + N_7 \frac{\partial^3 \bar{\eta}}{\partial t \partial x^2} + N_8 \frac{\partial^3 \bar{\eta}}{\partial x^3} + N_9 \frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial t^2} + N_{10} \frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial t \partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (5.11) \end{aligned}$$

ここに、 $N_i$  ( $i=1 \sim 10$ ) はすべて  $\tau_{*0}$ 、 $h_0/d$  および  $\bar{k}_s (= k_s/d)$  の関数で以下のように表される。

$$\begin{aligned}
N_1 &= \left(\frac{1}{1-\lambda_d}\right) \left(\frac{d}{h_0}\right) \left(\frac{1}{\bar{U}_{m0}}\right) \left\{ \left(1+2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_3 + P_7 - \left(\frac{\bar{q}_{s0}}{\bar{U}_{m0}}\right) \left(\frac{1}{F_r \sqrt{I}}\right) \right\} + P_5 + 2 \\
N_2 &= \left(\frac{1}{1-\lambda_d}\right) \left(\frac{d}{h_0}\right) \left(\frac{1}{\bar{U}_{m0}}\right) \left[ \left(1+5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_3 + 2P_7 - \bar{q}_{s0} \left\{ \left(\frac{2}{\bar{U}_{m0}}\right) \left(\frac{F_r}{\sqrt{I}}\right) + 1 \right\} \left(\frac{1}{F_r^2}\right) \right] + \lambda_d \left\{ \left(1+2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_3 + P_7 \right\} \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) + 2P_5 - \frac{1}{F_r^2} + 1 \\
N_3 &= \left(\frac{1}{1-\lambda_d}\right) \left(\frac{d}{h_0}\right) \left(-\left(\frac{1}{\bar{U}_{m0}}\right) \left[ \left(1+2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_3 + P_7 + \bar{q}_{s0} \left\{ \left(\frac{1}{\bar{U}_{m0}}\right) \left(1-\frac{1}{F_r^2}\right) \left(\frac{F_r}{\sqrt{I}}\right) + 2 \right\} \right] \right. \\
&\quad \left. + \lambda_d \left\{ \left(\frac{1}{F_r^2} + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r} + 1\right) + 2P_7 \right\} \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) - \left(\frac{1}{F_r^2}\right) \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_3 \right) + \left(1 + \frac{1}{F_r^2}\right) P_5 \\
N_4 &= -\left(\frac{1}{1-\lambda_d}\right) \left(\frac{d}{h_0}\right) \left[ \left\{ \left(1+2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_3 + P_7 \right\} \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) + \left(\frac{\bar{q}_{s0}}{\bar{U}_{m0}}\right) \left(1 + \frac{1}{F_r^2}\right) \right] \left(\frac{1}{F_r^2}\right) \\
N_5 &= -\left(\frac{1}{1-\lambda_d}\right) \left(\frac{1}{\bar{U}_{m0}}\right) \left(\frac{d}{h_0}\right) \left(\lambda_d + 2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_4 + 2 \frac{I}{F_r^2} + P_6 \\
N_6 &= \left(\frac{1}{1-\lambda_d}\right) \left(\frac{d}{h_0}\right) \left(\frac{1}{\bar{U}_{m0}}\right) \left[ 2 \left(P_7 + 2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \left(\frac{I}{F_r^2}\right) - P_2 P_3 - \left\{ 2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r} + \left(1+2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left(\lambda_d - \frac{1}{F_r^2}\right) \right\} P_4 - \left(\frac{2}{\bar{U}_{m0}}\right) \left(\frac{1}{F_r^2}\right) \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right)^3 \right] - \lambda_d \left(1+2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_4 + (M_1 P_3 + 2P_5 \\
&\quad + 2) \left(\frac{I}{F_r^2}\right) + P_2 + 2P_6 \\
N_7 &= \left(\frac{1}{1-\lambda_d}\right) \left(\frac{d}{h_0}\right) \left(\frac{1}{\bar{U}_{m0}}\right) \left[ \left(1+2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_4 - q_{s0} \left\{ \left(\frac{1}{\bar{U}_{m0}}\right) \left(P_2 + 2 \frac{I}{F_r^2}\right) + 2 \frac{I}{F_r^2} \right\} \right] \left(\frac{1}{F_r^2}\right) \\
&\quad + \lambda_d \left\{ -P_2 P_3 + 2 \left(P_7 + 2.5 P_3 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \left(\frac{I}{F_r^2}\right) - \left(1+5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_4 \right\} + M_1 \left\{ P_7 + \left(1+2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \right. \\
&\quad \left. P_3 \right\} \left(\frac{I}{F_r^2}\right) + \left(\frac{d}{h_0}\right) \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \left(\frac{I}{F_r^2}\right) P_4 + \left(P_2 + 2 \frac{I}{F_r^2}\right) P_5 + \left(1 - \frac{1}{F_r^2}\right) P_6 \\
N_8 &= \left(\frac{1}{1-\lambda_d}\right) \left(\frac{d}{h_0}\right) \left\{ \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \left(1+2.5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) P_4 - \left(\frac{q_{s0}}{\bar{U}_{m0}}\right) \left(P_2 + 2 \frac{I}{F_r^2}\right) \right\} \left(\frac{1}{F_r^2}\right) \\
N_9 &= -\left(\frac{1}{1-\lambda_d}\right) \left(\frac{1}{\bar{U}_{m0}}\right) \left(\frac{d}{h_0}\right) \left[ \left\{ -P_2 + 5 \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right)^3 \right\} P_4 - (M_1 P_4 - 2P_6) \right] \left(\frac{I}{F_r^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{10} &= \left[ -\left(\frac{\lambda_d}{1-\lambda_d}\right)\left(\frac{d}{h_0}\right)\left\{-P_2+5\left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right)^3\right\}-M_1\left(1+\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right)\left(\frac{I}{F_r^2}\right)\right]P_4+\left(P_2+2\frac{I}{F_r^2}\right)P_6 \\
P_1 &= \frac{2I}{F_r^2}, \quad P_2 = \left(1-M_1\bar{q}_{s0}+5\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right), \quad P_3 = A_r M_2 \bar{q}_{s0} \tau_{*0} \left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \\
P_4 &= \left(\frac{h_0}{d}\right)\left\{-\frac{A_r}{(\sigma/\rho-1)}\left(\frac{M_2 M_3}{\bar{U}_{m0}^2}\right)\bar{q}_{s0}-\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)(2+M_1\bar{q}_{s0})\right\}\left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \\
P_5 &= (\bar{U}_{m0}-\bar{U}_{01})\left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right), \quad P_6 = \left(\frac{M_3}{\bar{U}_{m0}}\right)\frac{1}{F_r\sqrt{I}}-M_1\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)\left(\frac{h_0}{d}\right)\left(\frac{\sqrt{I}}{F_r}\right) \\
P_7 &= \left(\frac{\bar{q}_{s0}}{\bar{U}_{m0}}\right)\frac{1}{F_r\sqrt{I}}
\end{aligned}
\tag{5.12}$$

線形化された砂面変動に関する方程式の特性から、任意波形の擾乱  $\bar{\eta}$  を構成する調和成分のおおのほは、式(5.10)の解であることから、不安定性の限界を考察する場合には、一般に任意波形の微小擾乱を考える代りに、その  $x$  座標に関する Fourier 成分の 1 つ

$$\bar{\eta} = \eta_* \exp \{ ik(\bar{x} - \bar{C}\bar{t}) \} \tag{5.13}$$

のみにについて検討すれば十分である。ここに、 $k(=2\pi h_0/L)$  : 正の実数で擾乱の無次元波数、 $\bar{C}(=C/u_0)$  : 一般に複素数で、

$$\bar{C} = C_r + iC_i \tag{5.14}$$

と表される微小擾乱の無次元波速であり、その実数部  $C_r$  は擾乱の無次元位相速度を、虚数部  $C_i$  はその増幅率を表す。 $\bar{C}$  の表示による砂面擾乱の一般的特性は表-5.1 に示される。したがって、砂面の不安定性に関する理論の展開は時間的および場所的に変化する砂面が、ある波数  $k$  の擾乱に対して不安定であり

表-5.1 砂面擾乱の特性

$C_r$	$C_i$
$> 0$ (擾乱は下流方向へ進む)	$> 0$ 不安定
$= 0$ (擾乱の進行は停止)	$= 0$ 中立
$< 0$ (擾乱は上流方向へ進む)	$< 0$ 安定

うかどうか、すなわち  $C_s$  が正の固有値をもつかどうかを調べることに帰着される。

式(5.11)に式(5.12)を代入すれば、つぎのような無次元波速に関する特性方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \bar{C}^4 + (-N_1 + iN_5 \frac{1}{k}) \bar{C}^3 + \{ (N_2 - N_9 \frac{1}{k^2}) - iN_6 \frac{1}{k} \} \bar{C}^2 \\ + \{ (-N_3 + N_{10} \frac{1}{k^2}) + iN_7 \frac{1}{k} \} \bar{C} + N_4 - iN_8 \frac{1}{k} = 0 \end{aligned} \quad (5.15)$$

係数  $N_i$  ( $i=1 \sim 10$ ) の値は、すべて  $\tau_{*0}$ ,  $h_0/d$  および  $\bar{k}_s (=k_s/d)$  によって決まるので、式(5.15)の数値解および近似解に基づく砂面の不安定な領域の区分は、無次元波数と無次元相当砂粒粗度をパラメーターとして、無次元掃流力と相対水深によって表示することができる。

### 3) 擬定常近似による解析解

前述したように、微小擾乱の波速に関する特性方程式は  $\bar{C}$  に関して4次方程式であるので、Eulerの方法<sup>25)</sup>などによってその解を求めることは原理的に可能である。しかし、一般にその解析解はきわめては複雑であるので、ここでは式(5.15)の近似解をまず検討することにしよう。

いま、第4章の考察結果から、近似的に  $\tau_f \gg R$  であると考えられ、さらに砂面の変動に対しては擬定常性を仮定することにして  $\partial\eta/\partial t$  以外の非定常項を省略し、また新しい無次元量

$$\chi = \frac{\bar{q}_{s0}}{1 - \lambda_d} \left( \frac{d}{h_0} \right) \frac{\sqrt{I}}{F_r}, \quad \tau = \chi \bar{t} \quad (5.16)$$

を定義すれば、2)で示したのと同様の方法によって、つぎのような砂面の不安定性に関する  $\chi$  の3次方程式が得られる。

$$\begin{aligned} k^2 F_r^2 \bar{C}^4 \chi^3 + [\bar{C}^3 \{ -k^2 F_r^2 (2 + Q_6) + i(2I + Q_7 F_r^2) \} + k^2 Q_5 F_r^2 \bar{C}^2] \chi^2 + \{ [k^2 (F_r^2 \\ + 2Q_6 F_r^2 - 1) - 2Q_7 I - ik \{ 2Q_6 I + 2Q_7 F_r^2 + I(3 + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}) \}] \bar{C}^2 + \{ k^2 (Q_1 - 2Q_5 F_r^2) \\ + ik(Q_2 - 2Q_5 I) \} \bar{C} \} \chi + [-k^2 Q_6 (F_r^2 - 1) + Q_7 I(3 + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}) + ik \{ Q_6 I(3 + 5 \\ \frac{\sqrt{I}}{F_r}) + Q_7 (F_r^2 - 1) \}] \bar{C} + k^2 \{ (Q_1 - Q_3) - Q_5 (F_r^2 - 1) \} - ik \{ (Q_2 - Q_4) - Q_5 I(3 \\ + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}) \} \} \quad (5.17) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= A_r M_2 \bar{q}_{s0} \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right) \tau_{*0}, \quad Q_2 = - \left\{ \frac{A_r}{(\sigma/\rho - 1)} \left( \frac{M_2 M_3}{U_{m0}} \right) \bar{q}_{s0} + 2 \left( \frac{\rho}{\sigma} \right) \right\} \left( \frac{h_0}{d} \right) \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right), \\ Q_3 &= \left( \frac{\bar{q}_{s0}}{U_{m0}} \right) \left( \frac{1}{F_r \sqrt{I}} \right) - 2.5 \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right) Q_1, \quad Q_4 = -2.5 \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right) Q_2, \quad Q_5 = \left( \frac{\bar{q}_{s0}}{U_{m0}} \right) \left( \frac{1}{F_r \sqrt{I}} \right), \end{aligned} \right\}$$

$$Q_6 = \bar{U}_{m0} \bar{q}_{s0} \left( \frac{\sqrt{I}}{F_r} \right), \quad Q_7 = M_3 \left( \frac{\bar{q}_{s0}}{\bar{U}_{m0}} \right) \left( \frac{1}{F_r \sqrt{I}} \right) \quad \left. \vphantom{\frac{\sqrt{I}}{F_r}} \right\} \cdots \quad (5.18)$$

さらに、式(5.17)は $\bar{C}$ に関してやはり式(5.13)と同じく4次方程式であるが、椿らが述べているように、 $\chi$ のオーダーは $10^{-3}$ 程度であり、式(5.17)において $\chi$ を含む項は無視できるものと思われる。すなわち、この条件は式(5.16)から明らかなように、流れと砂粒の運動の時間的変化が緩慢であるとして、式(5.6)、(5.7)、(5.8)および(5.9)における $\partial\eta/\partial t$ 以外の非定常項を無視することに相当する。この場合、式(5.17)は $\bar{C}$ の1次式として表され、解 $\bar{C}$ はつぎのようになる。

$$\bar{C} = \frac{-k \{ k(Q_1 - Q_3 - Q_5 X_1) - i(Q_2 - Q_4 - Q_5 X_2) \}}{-Q_6 k^2 X_1 + Q_7 X_2 + i k(Q_6 X_2 + Q_7 X_1)} \quad \cdots \quad (5.19)$$

ここに、 $X_1 = F_r^2 - 1$  および  $X_2 = I(3 + 5\sqrt{I}/F_r)$  である。式(5.19)の分母を有理化して、

$$Q_0 = \frac{k}{(-k^2 Q_6 X_1 + Q_7 X_2)^2 + k^2 (Q_6 X_2 + Q_7 X_1)^2} > 0 \quad \cdots \quad (5.20)$$

とおけば、 $C_r$  および  $C_i$  はそれぞれつぎのように表される。

$$-\frac{C_r}{kQ_0} = (F_r^2 - 1) \{ Q_5 Q_6 k^2 (F_r^2 - 1) - Q_6 k^2 (Q_1 - Q_3) - Q_7 (Q_2 - Q_4) \} + I(3 + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}) \\ \{ Q_7 (Q_1 - Q_3) - Q_6 (Q_2 - Q_4) + Q_5 Q_6 I(3 + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}) \} \quad \cdots \quad (5.21)$$

$$\frac{C_i}{Q_0} = k^2 (F_r^2 - 1) \{ -Q_5 Q_7 (F_r^2 - 1) + Q_7 (Q_1 - Q_3) - Q_6 (Q_2 - Q_4) \} + I(3 + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}) \\ \{ k^2 Q_6 (Q_1 - Q_3) + Q_7 (Q_2 - Q_4) - Q_5 Q_7 I(3 + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}) \} \quad \cdots \quad (5.22)$$

したがって、式(5.21)および(5.22)から、この近似的な取扱いの範囲内での砂面の不安定性を検討することができる。まず、非平衡流砂量則の代りに平衡状態の流砂量則が適用される場合、係数 $Q_1$ 、 $Q_3$ 、 $Q_5$ および $Q_6$ の項は消えて、式(5.21)および(5.22)はそれぞれつぎのようになる。

$$-\frac{C_r}{kQ_0} = -Q_7 (Q_2 - Q_4) (F_r^2 - 1) \quad \cdots \quad (5.23)$$

$$\frac{C_i}{Q_0} = Q_7 I(3 + 5 \frac{\sqrt{I}}{F_r}) (Q_2 - Q_4) \quad \cdots \quad (5.24)$$

ところで、 $(Q_2 - Q_4)$ はつねに負であるから $C_i < 0$ となり、河床はつねに安定である。また、砂面擾

乱は常流 ( $F_r < 1$ ) のときは下流へ進み、射流 ( $F_r > 1$ ) のときは上流へ伝播するので、この結果は dunes および anti-dunes の進行方向と一致する。

つぎに、式 (5.21) および (5.22) において、河床勾配  $I$  を  $10^{-2} \sim 10^{-4}$  と仮定し、これを含む項を無視できると考えれば、表-5.2 に示した条件によって ripples & dunes が発生すると予想される。

表-5.2 近似解による発生可能な河床形態

$F_r$	$AA$	$BB$	河 床 形 態
$< 1$	$> 0$	$< 0$	Ripples & Dunes
$> 1$	$< 0$	$> 0$	Anti - dunes

$$AA = Q_5 Q_6 k^2 (F_r^2 - 1) - Q_6 k^2 (Q_1 - Q_3) - Q_7 (Q_2 - Q_4)$$

$$BB = -Q_5 Q_7 (F_r^2 - 1) + Q_7 (Q_1 - Q_3) - Q_6 (Q_2 - Q_4)$$

#### 4) 飛砂の場合への適用

前述した砂面の不安定性に関する理論を飛砂の場合へ適用するに際して、水深  $h$  を何に対応させて考えるかが非常に重要である。いま、もっとも単純に飛砂ではこの  $h$  を無限大であると考えれば、式 (5.22) から  $C_s < 0$  すなわち砂面はつねに安定となり、不安定な領域を見出すことができない。風による ripples の発生については、すでに Bagnold が詳細な観察に基づいて指摘しているように、saltation をしている砂粒の影響が非常に大きいと考えられる。したがって、掃流砂粒の運動層である saltation 層の高さが、飛砂の場合の砂面の不安定性に関係する重要な1つの特性量になるものと思われる。このことから、流砂の場合の水深に対応するものとして、ここでは飛砂における砂粒の saltation の層の高さを考えることにする。

さて、この saltation の層の高さは、移動床における砂粒の saltation の平均飛高ではなく固定床上で定常跳躍する砂粒の平均飛高  $H_{sm}$  で与えられると仮定すれば、これは式 (2.39) で表される。そして、第3章第4節で指摘したように、saltation 層内の風速分布は相当砂粒粗度  $k_s$  の変化を考慮することによって、式 (5.1) に示す対数則に近似的に従うものと考えることができる。これらの考察の結果から、砂面の不安定性に関する理論を飛砂の場合に適用するに際しては、水深  $h$  の代わりに  $H_{sm}$  を用いることにし、つぎのような諸量を新しく定義する。

$$u_{*a} = \sqrt{g H_{sm} I_p}, \quad F_{ra} = u_m / \sqrt{g H_{sm}} \quad \dots\dots\dots (5.25)$$

ここに、 $I_p$  は水流の場合の河床勾配  $I$  に相当するもので、風の場合は圧力勾配である。式 (5.25) を微小擾乱の波速に関する特性方程式 (5.15) および擬似定常条件による近似式 (5.19) に代入して  $C_r$  と  $C_i$  を求め、砂面の不安定な領域の区分ができる。ただし、 $H_{sm}$  が無次元掃流力の関数として与えられるので、その表示においては無次元相当砂粒粗度が唯一のパラメーターとなる。

## 5) 砂面の不安定な領域の区分

### (1) 流砂による河床の不安定な領域の区分

近似解および数値解を用いて、河床の不安定な領域の区分を行う場合、無次元波数および無次元相当砂粒粗度をどのようにとるかは非常に重要である。無次元波数はここで示した砂面の不安定性の理論の取扱いから求めることができないので、ここでは、従来の実験結果を Froude 数と無次元波数との関係で図示した Kennedy<sup>9)</sup> の結果から、ripples & dunes の波数は 10 程度以下であり、anti-dunes のそれは 1 程度以下であるので、この範囲の適当な値を用いることにする。また、無次元相当砂粒粗度は砂粒の移動や河床波の発生によって変化するが、現状では十分解明されていないので、これは粒径に比例すると仮定して、 $\bar{k}_s = 1$  および抵抗増加を考慮した  $\bar{k}_s = 4$  で表すことにしたい。

擬定常近似による解析解を表す式 (5.21) および (5.22) を用いて、無次元波数をパラメーターとして河床の不安定および安定な領域の区分を行い、その結果を図示したものが図-5.1 であり、図中(a)および(b)はそれぞれ無次元相当砂粒粗度が 1 および 4 の場合に対応している。計算に用いた反発係数などの値は、すでに第 3 章第 5 節に示した水流による砂粒の saltation の実験結果から決定したものであって、 $e = 0.63$ ,  $\tan \beta_m = 0.577$  および  $\lambda = 0.40$  とし、かつ  $\sigma/\rho = 2.65$ ,  $A_r = 8.5$ ,  $C_D = 0.4$  および  $\tau_{c*} = 0.05$  とおいた。

図-5.1 (a) および (b) から明らかなことは、相対水深  $h/d$  と無次元掃流力  $\tau_*$  によって河床形態の領域区分を行うと、不安定な河床 (anti-dunes および ripples & dunes) と安定な河床 (plane bed & transition) が確実に存在することである。無次元波数  $k$  による不安定な領域の変化については、 $\bar{k}_s = 1$  および  $\bar{k}_s = 4$  とするそれぞれの場合について共通して、つぎのことがいえるようである。

すなわち、無次元波数の増加に伴い、anti-dunes

および ripples & dunes の不安定な領域が拡大し、 $k$  が 10 以上になるとこれらの領域が  $k$  に無関係で一定になる傾向がある。さらに、anti-dunes と ripples & dunes の領域が拡大する割合は  $k$  の小さいほど大きくなっており、とくに ripples & dunes の領域においてその傾向が顕著に認められる。椿ら<sup>14)</sup> は ripples & dunes の波数に関して Yalin<sup>26)</sup> が示したつぎの実験式、

$$\left. \begin{aligned} u_* d / \nu \geq 20 \text{ では } k &\approx 2\pi / 5 \\ u_* d / \nu < 20 \text{ では } k &\approx 2\pi (h/d) / 1000 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.26)$$

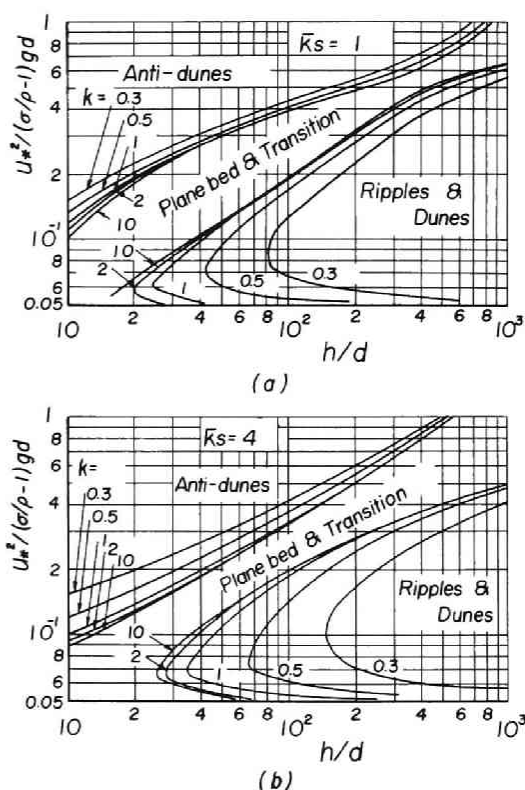


図-5.1 近似解に基づく河床形態の領域区分

を用いて、ripples & dunes の河床形態の発生領域の波数による変化を考察し、 $h/d > 60$  では両式で与えられる  $k$  によってこの領域がほとんど変化しないことを指摘している。これは図-5.1 からわかるように、 $k > 1$  では河床の不安定な領域が波数によってあまり変わらない事実と一致している。

つぎに、無次元相当砂粒粗度  $\bar{k}_s$  による河床の不安定な領域の相違を検討してみよう。 $\bar{k}_s = 4$  の場合の anti-dunes の領域は、 $\bar{k}_s = 1$  の場合に比べて  $h/d$  が 150~200 以下では拡大し、それ以上では縮小され、また、 $\bar{k}_s = 4$  の場合の ripples & dunes 領域は  $\bar{k}_s = 1$  の場合に比べて、同一の  $k$  に対してつねに狭くなっており、これらに対応して plane bed & transition の領域も当然変化することがわかる。一方、 $\bar{k}_s$  は無次元掃流力などで変わるので、河床の不安定性をより詳細に検討するためには、移動床における  $\bar{k}_s$  の適切な表示が必要である。しかし、現状では、必ずしも適確な表示は得られていないので、 $\bar{k}_s$  の実験式を適用して考察することにしたい。無次元相当砂粒粗度  $\bar{k}_s$  の  $\tau_*$  による変化については、実験式の形ですでに報告されており<sup>27)</sup>、それによれば、椿らは ripples & dunes が河床で発生している実河川の観測資料に基づいて、 $\bar{k}_s$  が、

$$\log \bar{k}_s = 3.48 (1 - 0.225 \tau_*^{-0.5}) \quad (5.27)$$

の表示にほぼ従うことを見出している。また、 $\tau_*$  が大きくなり ripples & dunes が不発生で砂粒の移動が抵抗増加に対して支配的であると考えられる場合、岩垣らは  $\bar{k}_s$  を次式で表した。

$$\bar{k}_s = 10 \tau_*^{0.769} \quad (5.28)$$

いま、河床形態が plane bed & transition と ripples & dunes および anti-dunes との境界近傍では、前者の場合相当砂粒粗度  $\bar{k}_s$  が式 (5.27) で与えられるとし、後者の場合には式 (5.28) の関係で表示されたと考え、これらの式を式 (5.21) および (5.22) に代入して、河床形態の領域区分を求めたものが、図-5.2 である。図中の実線は、式 (5.28) による結果であり、これから、anti-dunes の発生領域は  $h/d$  の増加に伴って図-5.1 (b) の  $\bar{k}_s = 4$  の場合に比べて狭くなることがわかる。図中の破線は式 (5.27) を用いて計算した結果であり、 $\bar{k}_s = 4$  の場合に比べて ripples & dunes の発生領域は、 $h/d$  が大きくなるとともに狭くなることが認められる。したがって、 $\bar{k}_s$  が  $\tau_*$  の増加に伴って大きくなると、 $\bar{k}_s$  が一定の場合に比べて河床形態の不安定な領域が狭くなることがわかる。しかしながら、どの程度これが変化するかについては、相当砂粒粗度の実験および観測値が非常にばらつき、実験式の適用性に問題が残されているので、あまり明らかにできないように思われる。

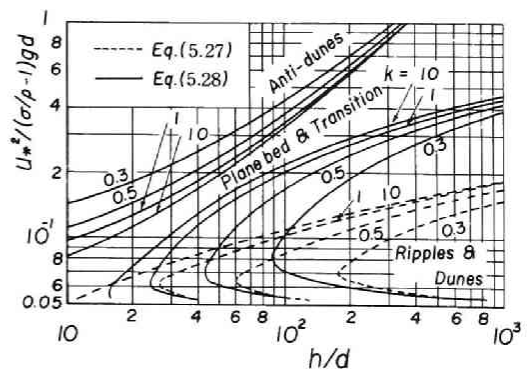


図-5.2  $\bar{k}_s$  の実験式を用いた場合の河床形態の領域区分

以上のことから、相当砂粒粗度が床面の不安定な領域の区分に及ぼす影響は非常に大きいことがわかる



が、現状では抵抗則が十分解明されていないので、前述した砂面の不安定性に関する理論の詳細な適用性の検討にあたっては、無次元相当砂粒粗度を一定とするかあるいは実験式で与えなければならない。今後あらためてかような抵抗則を水理学的に検討する余地があることはいうまでもない。

つぎに、 $\bar{k}_s = 1$  で  $k = 0.5$  および 5 の場合について、微小擾乱の波速に関する特性方程式の数値解を求め、河床の不安定および安定な領域の区分を行った結果を示したものが図-5.3 である。この場合計算に用いた定数は前述した近似解による場合と同一とした。ただし、 $h/d$  と  $\tau_*$  との任意の組合わせに対して必ず 4 根が存在し、Kennedy<sup>9)</sup> らのようにそのうち波数の時間的増幅率の絶対値が最大となる河床波が卓越すると考えると、河床形態はすべて plane bed & transition および下流方向へ進行する anti-dunes のいずれかになり、ripples & dunes や上流方向に進行する anti-dunes の河床形態が発生しないので、ここでは式 (5.15) の数値解を求め、それぞれの河床形態の発生可能領域を見出す方法を採用した。図中の矢印は各河床形態の発生可能領域の方向を示し、点線は  $F_r = 1$  の関係を表す。数値解の結果から、図中の  $\tau_*$  と  $h/d$  の範囲内で、plane bed & transition の河床形態がいつも発生可能であったほか、それぞれの領域でつぎのような河床形態が発生可能であることがわかった。

第Ⅰ領域：この領域では一般に  $F_r > 1$  となり、ripples & dunes として発生する河床波は、下流方向に伝播する anti-dunes であると推定される。したがって、上流および下流方向に伝播する anti-dunes の発生可能領域を示している。

第Ⅱ領域：上流方向に伝播する anti-dunes のみが発生する領域である。

第Ⅲ領域： $F_r > 1$  および  $F_r < 1$  の両域にまたがり、ripples & dunes と anti-dunes が混在する領域である。

第Ⅲ'領域： $k$  が小さい場合に出現する領域で、河床は安定である。

第Ⅳ領域： $F_r < 1$  であり、発生する河床形態は ripples & dunes だけである。

第Ⅴ領域：下流方向に伝播する anti-dunes のみが発生可能な領域である。

図-5.3 の数値解と図-5.1 の近似解との比較から、もっとも明らかなことは、数値解および近似解では、ripples & dunes と plane bed & transition との境界はほぼ同一であるが、前者における大きな特徴は下流方向に伝播する anti-dunes が発生すること、 $k$  が大きくなると、plane bed & transition 領域と思

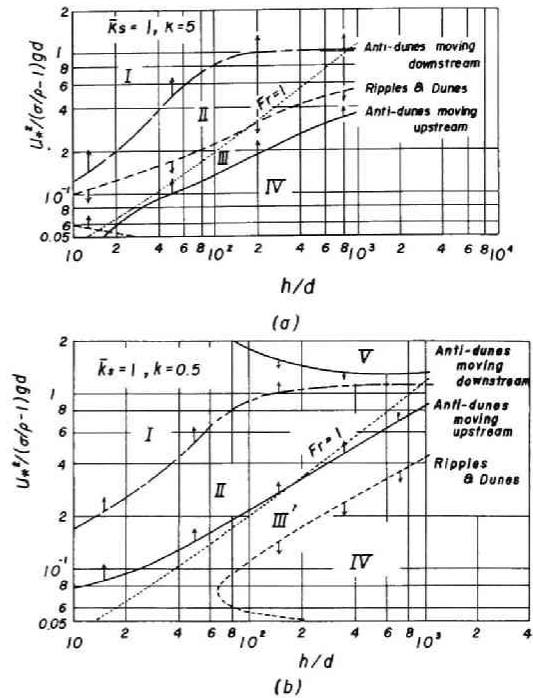


図-5.3 数値解による河床形態の領域区分

われるところで anti-dunes や ripples & dunes が混在することおよび上流方向に進む anti-dunes の発生領域が  $\tau_*$  のかなり小さい範囲まで広がることである。こうした数値解による河床形態の領域区分の特性は、図-5.4 からさらに明らかになる。この図は、 $\bar{k}_s = 1$  および 4 のそれぞれの場合について、図-5.3 と同様の方法で無次元波数  $k$  をパラメーターとして、各河床形態の発生可能領域を求めたものであり、図中の記号は図-5.3 とすべて共通である。これから、まず無次元波数  $k$  の増加による各種河床形態の発生可能領域の変化については、第Ⅲ'領域が存在している場合、第Ⅱおよび第Ⅳ領域がそれぞれ広がるが、第Ⅲ'領域が第Ⅲ領域に移行するに従って、逆に狭くなる傾向を示す。また、第Ⅴ領域は  $k$  の増加とともに狭くなり、反対に第Ⅰ領域は広がるのがわかる。なお、 $\bar{k}_s = 4$  の場合、一点鎖線で示した第Ⅰ領域と第Ⅱ領域の境界は、 $k$  によってほとんど変化しなかった。これら  $k$  による第Ⅱ、第Ⅲ'および第Ⅳ領域の変化の特性は、図-5.1 に示した近似解による結果とほとんど一致している。さらに、 $k$  の増加による各種河床形態の領域が一定になる傾向は、数値解による方が近似解による場合よりも小さいようである。

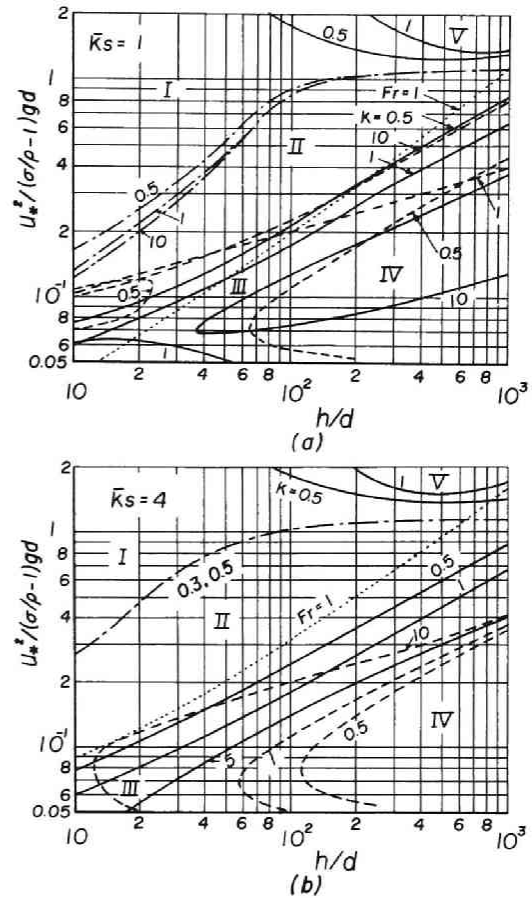
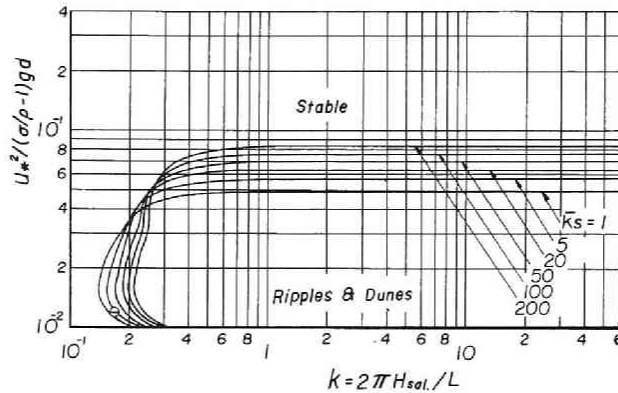


図-5.4 数値解による各種河床形態の発生可能領域

無次元相当砂粒粗度  $\bar{k}_s$  による各種河床形態の領域区分の変化について検討すれば、つぎのようである。すなわち、相当砂粒粗度が増加すれば、第Ⅰおよび第Ⅳ領域は狭くなり、第Ⅱ領域は広がるが見出される。なお、 $\bar{k}_s = 1$  の場合、とくに上流方向に伝播する anti-dunes の発生領域は  $k$  が大きくなるとともに限界掃流力の近傍まで広がるが、これはあくまでも数学的な発生可能領域であって、前述したように河床形態に関する従来の実験資料を  $F_r$  と  $k$  の表示で整理した Kennedy<sup>9)</sup> の結果から、anti-dunes が発生した場合の最大無次元波数は 1 程度であり、また Froude 数は 0.8 ~ 1 以上であることを実際には考慮する必要があるだろう。

## (2) 飛砂による砂面の不安定な領域の区分

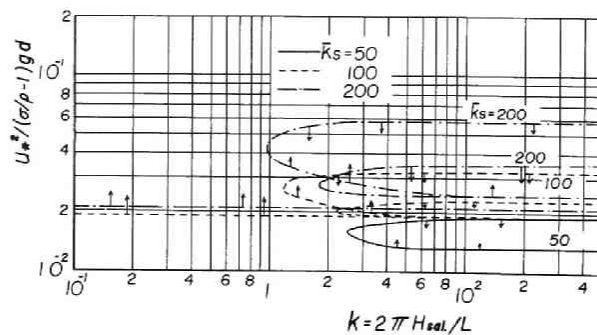
図-5.5 は式 (5.21) および (5.22) で表される近似解を用いて、無次元相当砂粒粗度  $\bar{k}_s$  をパラメーターとして砂面形態の領域区分を求めたものである。計算に用いた反発係数などはすでに第 3 章第 5 節で示したように、飛砂の saltation の実験結果より求めたものであって、 $e_s = 0.93$ 、 $\lambda = 0.26$  とし、かつ  $\sigma =$



図－5.5 近似解に基づく砂面形態の領域区分

2.65,  $\sigma/\rho = 2200$  (20 °C, 1 atm.),  $C_D = 0.4$ ,  $\tan \beta_m = 1.5$  および  $\tau_{*c} = 0.01$  とおいた。これから明らかなことは、図中に示した計算範囲では、河床形態の場合と相違して anti-dunes が発生しないことおよび無次元波数が 1 以上では、ripples & dunes と stable との境界が  $k$  に関係なく、それぞれの  $\bar{k}_s$  に対して一定の  $\tau_*$  によって与えられ、しかも  $\bar{k}_s$  が大きいほど ripples & dunes の発生限界を与える  $\tau_*$  が大きくなることである。さらに、 $k < 0.3$  では逆に  $\bar{k}_s$  が小さい程 ripples & dunes の領域が広くなることもわかる。

図－5.6 は微小擾乱の波速に関する特性方程式 (5.15) の数値解を用いて、図－5.5 の近似解による場合と同じ表示で砂面形態の領域区分を求めたものである。これからつぎのことがわかる。すなわち、図中に示した計算の範囲で、 $\bar{k}_s$  が 50 以下では砂面形態の明確な領域区分を行うことができなかったが、それ以上では  $\bar{k}_s$  の増加とともに、図中矢印の方向に ripples & dunes の砂面形態が発生することが明らかになり、しかもこれに伴って ripples & dunes の砂面形態を表す領域が複雑に現れることおよび砂面の不安定な領域が拡大することもわかる。図－5.6 と図－5.5 を比較すると、両者とも  $k$  が大きくなると ripples & dunes の発生限界を表す無次元掃流力が一定になるが、 $\bar{k}_s$  による砂面の不安定な領域の変化はとくに数値解を用いた場合の方が大きいことが見出される。したがって、河床の不安定な領域の区分の場合と同



図－5.6 数値解に基づく砂面形態の領域区分

じく、飛砂の場合の  $\bar{k}_s$  の特性がほとんど明らかになっていないので、砂面の不安定性に関する理論の適用においては、飛砂による砂面の抵抗則の究明が必要であるといわなければならない。

### 第3節 砂面形態および河床形態の区分

前節で示した砂面の不安定性に関する理論は、砂面に任意の波数をもつ微小擾乱を与えた場合、これが発達するかあるいは減衰するかの限界を取扱ったものである。一方、従来の河床形態に関する実験結果の大部分は、初期の河床の擾乱ではなく、むしろ擾乱が完全発達あるいはそれに至る過程の河床形態を対象としているので、これと理論とを比較することは若干問題があるように思われる。しかしながら、現状ではこれらの実験結果しか存在しないので、ここでは両者の比較から、まず河床の不安定性に関する理論の適用性を検討する。そして、飛砂の場合の砂面形態に関する実験結果がほとんど皆無であるので、若干の実験と現地観測を行い、理論との比較検討からその適用性を明らかにするつもりである。

#### 1) 流砂における河床形態の区分

図-5.7 は相対水深  $h/d$  と無次元掃流力  $\tau_*$  の関係で河床形態に関する従来の実験結果を整理したものであり、それぞれの実験条件は表-5.3 にまとめて示してある。各実験者によって河床形態の分類基準が

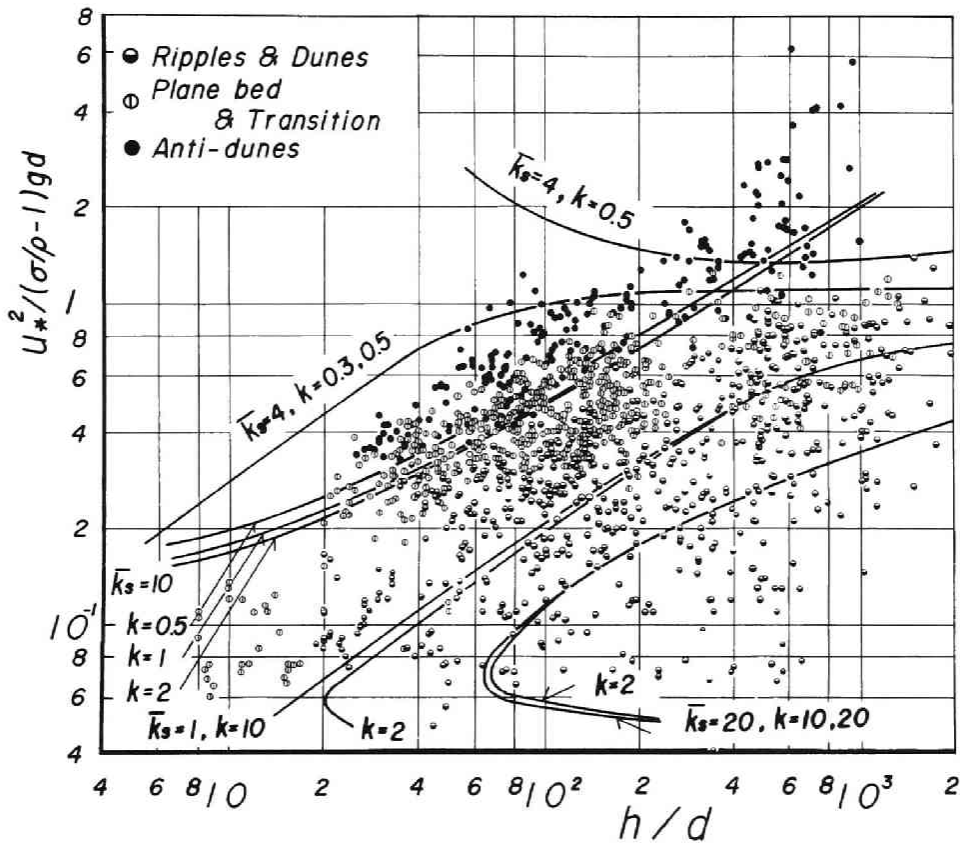


図-5.7  $\bar{k}_s$  を一定とした場合の河床形態の領域区分と実験値との比較

表一 5.3 河床形態に関する従来の実験条件

実験者名	参考文献番号	粒径 $d$ mm	水深 $h$ cm	平均流速 $u_m$ cm/sec
Guy et al.	28	0.19	9.14 - 33.2	23.8 - 144
		0.27	13.7 - 34.4	24.1 - 150
		0.28	9.14 - 32.6	30.0 - 150
		0.32	15.5 - 22.6	26.2 - 175
		0.33	14.9 - 16.2	31.1 - 193
		0.45	5.79 - 30.5	19.8 - 188
		0.47	9.14 - 40.5	34.4 - 162
		0.54	18.0 - 27.1	27.1 - 191
		0.93	11.6 - 32.0	30.5 - 185
Gilbert	2	0.305	1.83 - 8.66	30.2 - 105
		0.375	1.16 - 12.4	32.6 - 128
		0.506	1.37 - 17.6	35.3 - 135
		0.786	1.71 - 14.7	38.2 - 147
		1.71	3.45 - 18.8	36.2 - 97.9
		3.17	2.38 - 10.5	61.6 - 103
		4.94	3.93 - 11.9	77.4 - 105
Barton et al.	29	0.18	9.10 - 42.1	21.6 - 53.3
Laursen	30	0.1	7.62 - 30.3	32.6 - 70.4
Banks et al.	31	0.297	7.20 - 22.1	23.8 - 77.5
Tanaka	32	0.145	4.33 - 13.3	59.7 - 136
		0.732	3.90 - 13.9	34.3 - 129
		0.88	3.91 - 10.6	24.4 - 51.2
		0.91	3.72 - 8.07	59.4 - 186
Tsubaki et al.	33	1.03	30.9 - 36.1	53.3 - 53.6
		1.26	10.8 - 46.7	54.9 - 56.5
		1.46	29.5 - 35.9	66.1 - 74.0
		2.26	25.2 - 32.9	73.0 - 77.5

若干相違するので、ここでは anti-dunes, plane bed & transition および ripples & dunes の3つに分類した。計算に用いた無次元波数および無次元相当砂粒粗度は前章で述べたように、無次元波数が増加するとそれぞれの河床形態の領域が収束することから、ripples & dunes の発生限界は  $\bar{k} = 10 \sim 20$  とし、anti-dunes のそれは2とした。そして、 $\bar{k}_s$  は無次元掃流力による変化を考慮して、前者の場合には1および20、後者では10とおいた。また、図中の数値解による  $k = 0.5$  の理論曲線は、前節で述べたように下流方向へ伝播する anti-dunes の発生限界を示す。

この図から、anti-dunes と plane bed & transition との境界は近似解による理論曲線でかなりよく区分されるが、ripples & dunes と後者との境界線近傍で2つの河床形態が共存することも認められる。この原因としては、各実験者による分類基準の相違のほか、数値解によれば、近似解で plane bed & transition と推定される安定な領域でも、anti-dunes および ripples & dunes の不安定な河床形態の発生が可能であ

ることが考えられる。とくに、相当砂粒粗度が河床波の発生や砂粒の移動に伴って変化し、これに対応して各河床形態の領域が変わることが指摘される。

一方、従来の anti-dunes の実験結果では、 $h/d < 100$  でほとんどのものが上流方向に伝播するが、図からこれらは下流方向へ伝播可能な anti-dunes の領域外にあることがわかる。また、 $h/d > 100$  では、Guy ら<sup>28)</sup> が報告した standing waves や chutes & pools の一部のものが下流方向へのみ伝播可能な anti-dunes の領域に属しているようである。したがって、これまで下流方向へ進行する anti-dunes の発生の可能性についてはほとんど明らかにされていないが、たとえば相対水深を一定に保ちながら河床勾配を大きくし、無次元掃流力を増加させることによって、下流方向へ伝播する anti-dunes の発生に関する実験ができるものと思われる。

図-5.8 は  $\bar{k}_s$  が実験式(5.28)で表されるとして、近似解から河床形態の領域区分を求め、従来の実験結果と比較検討したものである。なお、この場合唯一のパラメーターである  $k$  の値は、前述した理由から図-5.7 の場合と同じ値を用いた。これから、ripples & dunes と plane bed & transition との領域はかなりよく区分されていることがわかる。また、anti-dunes と後者との領域は、 $h/d > 100$  ではある程度よく区分されているが、 $h/d < 100$  では  $\bar{k}_s$  を一定とした場合に比べてあまりよく区分されていないよう

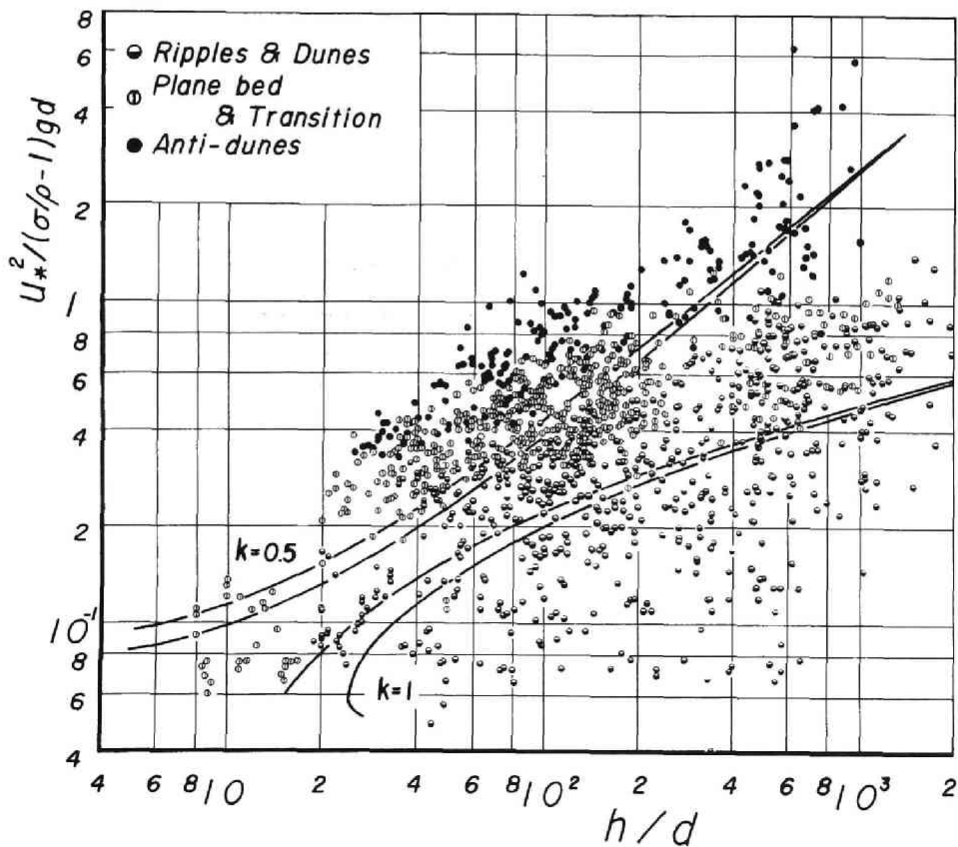


図-5.8  $\bar{k}_s$  の実験式を用いた河床形態の領域区分と実験値との比較

ある。これは、実験式による  $\bar{k}_s$  の値がこの範囲で実際よりも小さく評価されていることによるものと思われる。

このように、河床の不安定性に関する新しい理論に基づく河床形態の領域区分は、従来の実験結果と比較的一致することがわかり、しかも従来の理論では説明できなかった各種河床形態の混在と下流へ伝播する anti-dunes の発生の可能性を示唆することができた。しかし、こうした理論に基づく河床形態の領域区分に及ぼす相当砂粒粗度の影響が大きいので、より適確な領域区分の表示に対しては、相当砂粒粗度の水理学的な解明が必要であろう。

## 2) 飛砂における砂面形態の区分

### (1) 砂れんの実験および現地観測

a) 実験方法：実験に用いた風洞は、第3章第5節の飛砂量の測定に用いたものと同じである。実験は、最初に砂面を平らにならしたのち、所定の風速を10 min以上送風し、砂れんの形状の変化がほとんど認められなくなるまで行った。そして、送風機の停止後、移動床の中央部付近に糸を風下方向に張り、これに沿ってポイントゲージで波高を測定するとともに、波長をスケールで読み取った。ただし、移動床の上、下流端部はこれに接続する固定床などの影響が入る恐れがあるので、この付近の砂れんは計測の対象外とした。

b) 現地観測の方法：現地観測は昭和50年4月下旬に静岡県遠州灘海岸で実施した。この海岸では冬期北西季節風が卓越するので、これによって汀線とほぼ平行方向に波高30 cm、波長30 cm程度の dunes が発生し、またこの dunes の trough から crest の部分にかけて ripples が発生する。まず、比較的平坦な trough の近くで、小型ロビンソン風速計5台を用いて、鉛直方向の風速分布を測定した。測定時間は ripples の計測開始から終了までに要する時間とほぼ一致させた。Ripples の波形は、風下方向に張った

表一5.4 飛砂による砂面形態に関する実験および観測条件

観測および 実験番号	密度 $\sigma \text{ gr/cm}^3$	粒径 $d \text{ mm}$	平均波長 $L_m \text{ cm}$	平均波高 $H_m \text{ cm}$	摩擦速度 $u_* \text{ cm/sec}$	温度 $^{\circ}\text{C}$	読取 波数	砂粒 Reynolds 数 $u_* d / \nu$	無次元 掃流力 $u_*^2 / (\sigma / \rho - 1) g d$
現地観測									
1	2.71	0.324	8.59	0.284	42.1	10.2	36	5.46	0.0256
2	"	0.321	7.89	0.216	40.3	10.2	68	5.10	0.0237
3	"	0.374	9.69	0.476	40.0	10.2	72	5.78	0.0200
4	"	0.335	7.40	0.198	39.5	10.2	50	5.43	0.0217
5	"	0.308	8.17	0.305	41.0	12.3	73	4.93	0.0253
6	"	0.406	8.17	0.315	43.0	12.2	67	6.94	0.0210
7	"	0.423	7.47	0.416	52.0	14.2	69	8.98	0.0294
8	"	0.319	7.22	0.315	47.5	14.2	49	5.91	0.0321
9	"	0.330	7.38	0.398	50.5	14.3	74	6.16	0.0355
実験									
10	2.56	0.30	5.30	0.192	48.0	6.5	47	8.00	0.0373
11	"	"	5.99	0.161	52.0	6.5	54	8.70	0.0437
12	"	"	6.07	0.122	57.1	6.5	85	9.50	0.0541

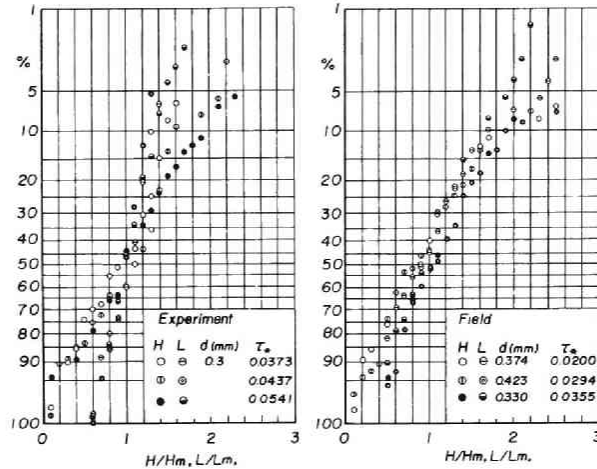


糸に沿って ripples 測定用のスケールをおいて、その砂面との境界を風下方向に連続撮影した。撮影した写真の解析はプロジェクターで拡大し、測定針の間隔を長さの基準にして、波高および波長を読取った。

これら実験および観測の条件、ripples の平均波高および波長などをまとめて表一 5.4 に示す。

## (2) 実験および観測結果とその考察

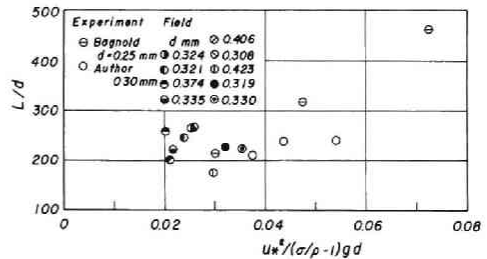
図一 5.9 は飛砂による ripples の実験および現地観測から得られた波高  $H$  および波長  $L$  を、それぞれの平



図一 5.9 Ripples の波高および波長の分布

均値で割って無次元化し、その非超過確率を Rayleigh 確率紙上に図示したものである。これから、波長および波高の読取数の多い  $H/H_m$  および  $L/L_m$  の分布 Rayleigh 分布とかなり一致するようである。

図一 5.10 は、無次元平均波長  $L_m/d$  と無次元掃流力との関係を表したものである。これから、波長の実験結果は実験の範囲ではほぼ直線的に増加するのに対し、現地観測結果はかなりばらついているので、その傾向は明らかではない。



図一 5.10 Ripples の波長の無次元掃流力による変化

さて、図一 5.11 は飛砂における砂面形態に関する Bagnold<sup>34)</sup> の実験結果と著者の実験および現地観測結果を無次元掃流力  $\tau_*$  と無次元波数  $k$  の関係で表示したものであり、図中には新しい理論に基づく砂面形態の領域区分も比較のために示す。これから、実験および観測値は近似解による ripples & dunes の領域にすべて含まれることがわかる。図中  $\tau_* = 0.078$  とした値は、Bagnold が平均粒径 0.25 mm の砂粒を用いた実験で、ripples の発生限界として見出した値である。この場合、図一 3.17 からわかるように、無次元相当砂粒粗度が 100 程度であるとすれば、近似解に基づく計算値は 0.076 となり、両者はきわめてよく一致しているといえよう。しかしながら、図一 5.11 に示した Bagnold および著者の実験および観測値は、ripples の発生限界の究明に対しては十分ではないので、砂面の不安性の理論の適用性の詳細な検討にあ



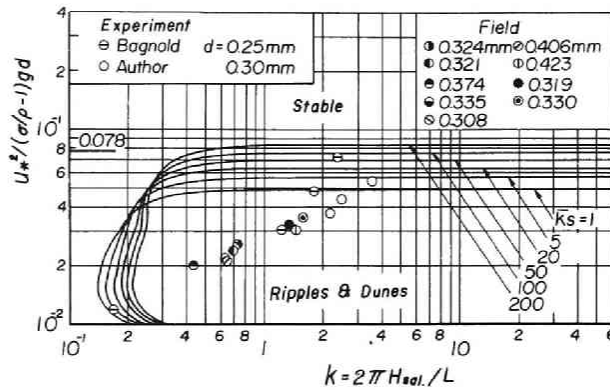


図- 5.11 飛砂における砂面形態の領域区分と  
実験および観測値との比較

たつては、相当砂粒粗度の解明とともに、砂面形態に関する詳細な実験を行う必要がある。

以上述べたことから残された問題も少なくないが、流体・砂粒系の基礎方程式を用いて展開した砂面の不安定性に関する新しい理論によって、飛砂・流砂における砂面形態の領域区分と砂面の不安定性とをかなり統一的に取扱うことができるといってよいであろう。

#### 第 4 節 結 語

本章では、第 3 章で誘導した流体・砂粒系の基礎方程式に摂動法を適用して、砂面の微小擾乱の波速に関する特性方程式を導き、その数値解および擬定常近似による解析解を求めて、飛砂・流砂における砂面の不安定性に関する理論を展開した。そして、従来の実験結果との比較検討から、砂面の不安定性に関するこの理論の適用性を考察したが、得られた主要な成果を要約すればつぎのとおりである。

第 1 節では、砂面の不安定性に関する従来の理論的取扱いを要約し、その問題点を明らかにした。

第 2 節では、流体・砂粒系の基礎方程式に相当砂粒粗度を用いた流速の対数分布則を用い摂動法を適用して、線形化された砂面変動の方程式を導びき、これから砂面の擾乱の波速に関する特性方程式を誘導した。そして、無次元相当砂粒粗度  $\bar{k}_s$  の適切な表示が得られていないので、この方程式の解は  $\bar{k}_s$  と無次元波数  $k$  をパラメーターにして、相対水深  $h/d$  と無次元掃流力  $\tau_*$  によって表示できることがわかった。つぎに、擬定常近似のもとに特性方程式の解析解を求め、これから平衡状態の流砂量則を適用すれば河床はつねに安定であることを指摘するとともに、河床勾配を無視すれば、 $F_r > 1$  で anti-dunes および  $F_r < 1$  で ripples & dunes の発生が可能であることを見出した。この理論を飛砂の場合に適用するときには、流砂における水深に対応する水理量として砂粒の saltation 層の高さをとることを提案し、これが定常跳躍する砂粒の平均飛高に相当するものと仮定すれば、同様な方法で砂面の不安定性を考察できることを示した。いずれにしても、著者の理論は流体・砂粒系の基礎方程式に基づいて展開されたものであって、従来の諸理論のように、流砂と流速の遅れ  $\delta$  や河床勾配の流砂量に及ぼす影響等をあえて導入しなくても、砂面の不安定性を理論的に検討することができたことは、とくに注目に値するといつてよいであろう。

そして、近似解および数値解に基づき河床形態の領域区分を行った。ただし、現状では抵抗則が十分解

明されていないので、 $\bar{k}_s$  を一定とした場合と実験式で与えた場合を対象とし、また従来の実験結果から、ripples & dunes と anti-dunes の無次元波数にはそれぞれ 20 および 2 程度の上限值が存在すると推定されたので、これらの値を参考にして河床形態の領域区分を計算することにした。その結果、近似解からは河床形態として、ripples & dunes, plane bed & transition および上流方向へ伝播する anti-dunes の発生が可能であることが示され、しかもこれらの領域が  $k$  と  $\bar{k}_s$  によって大きく変化するが、 $k$  が前述した無次元波数に近い値になるとある曲線に収束することが明らかになった。同様に、数値解からは、これら 3 つの河床形態のほかに、下流方向へ進む anti-dunes の発生可能領域および ripples & dunes と上流方向へ伝播する anti-dunes の共存領域が存在することが明らかになった。また、無次元相当砂粒粗度を無次元掃流力の関数として実験式で表した場合には、 $\bar{k}_s = 4$  とした場合に比べて同一の波数で不安定な領域が狭くなるので領域区分に及ぼす  $\bar{k}_s$  の影響が大きいことがわかった。

飛砂の場合には、近似解によれば、砂面形態として anti-dunes は発生せず、また ripples & dunes の発生限界を与える  $\tau_*$  は  $k$  が大きくなると、それぞれの  $\bar{k}_s$  に対して一定値となることが見出された。そして、数値解によれば、砂面形態の領域区分は  $\bar{k}_s$  の変化とともに複雑に変化するが、anti-dunes は発生せず、 $\bar{k}_s$  が大きくなれば、領域区分の特性はある程度近似解による場合と対応して ripples & dunes の領域が現れることがわかった。

第 3 節では、第 2 節で示した理論による領域の区分と従来の河床形態に関する実験値との比較を行った。ただし、計算に用いた無次元相当砂粒粗度  $\bar{k}_s$  を一定としたものであり、また無次元波数  $k$  は ripples & dunes と anti-dunes のそれぞれに対して 10 ~ 20 および 2 とした。その結果、anti-dunes と plane bed & transition との境界は近似解による理論曲線でかなりよく区分されるが、ripples & dunes と後者との区分は  $\bar{k}_s = 1$  とした場合においても 2 つの河床形態が混在することがわかった。また、数値解に基づく下流方向へ伝播する anti-dunes の発生可能領域内には、従来の anti-dunes の実験結果の大部分のものは含まれず、chutes & pools および standing waves と報告されている河床形態の一部が含まれることが見出された。無次元相当砂粒粗度の表示に対して実験式を用いた場合、従来の ripples & dunes と plane bed & transition および  $h/d > 100$  の範囲の anti-dunes と plane bed & transition はかなりよく区分されるが、 $h/d < 100$  では  $\bar{k}_s$  を一定とした場合に比べてその区分はあまり良好でないことがわかった。一方、飛砂における砂面形態については Bagnold による実験結果しかないので、風洞実験と現地観測を実施した。そして、これらの結果と近似解に基づく領域区分との比較から、両者の対応がかなりよいことがわかった。したがって、今後とくに相当砂粒粗度の水理学的な解明をまっけて、砂面の不安定性に関する理論の適用性をさらに検討する必要があるが、本章で示した新しい理論は飛砂・流砂における砂れんの発生と砂面の不安定性をかなり統一的に説明できることが明らかになったといえよう。

## 参 考 文 献

- 1) Cornish, V.: Waves of Sand and Snow, Unwin Press, London, 1914.
- 2) Gilbert, G. K.: The Transportation of Debris by Running Water, U.S.G.S. Professional Paper, 86, 1914, pp. 1-263.

- 3) たとえば, Report of the Task Force on Bed Forms in Alluvial Channels of the Committee of Sedimentation: Nomenclature for Bed Forms in Alluvial Channels, Proc. ASCE, HY. 3, 1966, pp. 51-64.
- 4) Hino, M.: Equilibrium-range Spectra of Sand Waves Formed by Flowing Water, Jour. Fluid Mech., Vol. 34, Part 3, 1968, pp. 565-573.
- 5) Garde, R. J. and R. Raju: Regime Criteria for Alluvial Streams, Proc. ASCE, HY. 6, 1963, pp. 153-164.
- 6) たとえば, Graf, W. H.: Hydraulics of Sediment Transport, McGraw-Hill, 1971, p. 286.
- 7) Exner, F.: Ueber die Wechselwirkung zwischen Wasser und Geschiebe in Fluessen, Sitzber. Akad. Wiss. Abt., II-134, 1925, pp. 165-203.
- 8) Anderson, A. G.: The Characteristics of Sediment Waves Formed by Flow in Open Channels, Proc. 3rd Mid-Western Conf. on Fluid Mech., Univ. of Minnesota, 1953, pp. 379-395.
- 9) Kennedy, J. F.: The Mechanics of Dunes and Antidunes in Erodible Bed Channels, Jour. Fluid Mech., Vol. 16, Part 4, 1963, pp. 521-544.
- 10) Reynolds, A. J.: Waves on the Erodible Bed of an Open Channel, Jour. Fluid Mech., Vol. 22, Part 1, 1965, pp. 113-133.
- 11) Hayashi, T.: Formation of Dunes and Antidunes in Open Channels, Proc. ASCE, HY. 2, 1970, pp. 357-365.
- 12) 白砂孝夫: 各種 Sand Waves の発生領域に関する研究, 電中研報告, No 70013, 昭 46, pp. 1-15.
- 13) 松梨順三郎: 開水路における移動床の不安定性について — 微小振動法による理論的解析 —, 土木学会論文集, 第 61 号, 昭 34, pp. 47-53.
- 14) 椿東一郎, 齊藤 隆: 流れによる Sand Wave の発生限界, 九大工学集報, 第 40 巻, 第 5 号, 昭 42, pp. 741-748.
- 15) Gradowczyk, M. H.: Wave Propagation and Boundary Instability in Erodible Bed Channels, Jour. Fluid Mech., Vol. 33, Part 1, 1968, pp. 93-112.
- 16) Callander, R. A.: Instability and River Channels, Jour. Fluid Mech., Vol. 36, Part 3, 1969, pp. 465-480.
- 17) Engelund, F.: Instability of Erodible Beds, Jour. Fluid Mech., Vol. 42, Part 2, 1970, pp. 225-244.
- 18) Smith, J. D.: Stability of a Sand Bed Subjected to a Shear Flow of Low Froude Number, Jour. Geophysical Res., Vol. 75, No. 30, 1970, pp. 5928-5940.
- 19) Fredsoe, J.: On the Developement of Dunes in Erodible Channels, Jour. Fluid Mech., Vol. 64, Part 1, 1974, pp. 1-16.
- 20) Allen, J. R. L.: Current Ripples — Their Relation to Patterns of Water and Sediment Motion, North-Holland Pub. Comp., 1968.

- 21) Benjamin, T. B.: Shearing Flow over a Wavy Boundary, Jour. Fluid Mech., Vol. 6, 1959, pp. 161–205.
- 22) 日野幹雄, 宮永洋一: 河床波上の波れの解析, 第20回水理講演会論文集, 昭51, pp. 71–76.
- 23) たとえば, Sharp, R. P.: Wind ripples, Jour. Geology, Vol. 71, No. 5, 1963, pp. 617–636.
- 24) Kennedy, J. F.: The Formation of Sediment Ripples in Closed Rectangular Conduits and in the Desert, Jour. Geophysical Res., Vol. 69, No. 8, 1964, pp. 1517–1524.
- 25) 理工学のための数学ハンドブック, 丸善, 昭44.
- 26) Yalin, M. S.: Mechanics of Sediment Transport, Pergamon Press, 1972.
- 27) 土木学会編: 水理公式集, 昭46.
- 28) Guy, H. P., D. B. Simons and E. V. Richardson: Summary of Alluvial Channel Data from Flume Experiments, 1956–61, U.S.G.S. Professional Paper, 462–I, 1966, pp. 1–95.
- 29) Cooper, R. H. and A. W. Peterson: A Review of Data from Sediment Transport Experiments, Report No. HY-1969-ST2, Univ. of Alberta, 1969, pp. 1–59.
- 30) Laursen, E. M.: The Total Sediment Load of Streams, Proc. ASCE, Vol. 84, HY-1, pp. 1–36.
- 31) Banks, N. L. and J. D. Collinson: The Size and Shape of Small-scale Current Ripples – An Experimental Study Using Medium Sand-, Sedimentology, Vol. 22, 1975, pp. 583–599.
- 32) 田中祐一朗: 移動床開水路の河床形態と抵抗則に関する研究, 京都大学学位論文, 昭47.
- 33) Tsubaki, T., T. Kawasumi and T. Yasutomi: On the Influences of Sand Ripples upon the Sediment Transport in Open Channels, Reports of Res. Inst. Appl. Mech., Vol. II, No. 8, 1953, pp. 241–256.
- 34) Bagnold, R. A.: The Physics of Blown Sand and Desert Dunes, Mathuen & Co. Ltd., 1954.

## 第 6 章 結 論

以上、著者は本論文において、土砂水理学の基本的課題である飛砂・流砂における砂粒の流送機構を解明するために、単一砂粒の運動機構、平衡および非平衡状態の砂粒の流送機構および砂面の不安定性と砂れんの発生限界について系統的な研究を行い、飛砂・流砂理論の統一化を試みた。ここでは、得られた研究成果を要約して、本論文の結論としたい。

まず、第 1 章においては、土砂水理学上の基本的課題としての本研究の位置づけをし、飛砂・流砂における砂粒の流送機構を統一的に解明することの重要性を指摘して、著者の研究の立場を述べた。

第 2 章においては、固定床上における飛砂・流砂の運動機構を考察するために、空気と固体粒子の密度比を広範囲に変えた場合の詳細な実験を行い、従来の移動限界を表す無次元量のほかにこの密度比が重要な無次元量であることを見出して、飛砂および流砂における砂粒の移動限界の相互関係を明らかにした。ついで、砂粒の運動機構に関しては、飛砂に対して単一砂粒の saltation の詳細な実験を行い、流砂に関しては Rossinskiy らの実験結果を用いて、それらの運動形態と土屋らの理論の飛砂・流砂に対する適用性を検討した。その結果、砂粒の saltation の開始条件は飛砂では粒径程度の短い距離も転動せずに直ちに saltation に移行するのに対して、流砂では一般に滑動を含む転動過程を経て移行することを明らかにするとともに、飛砂・流砂における力学的特性の無次元掃流力および saltation の回数による変化は、反発係数などの若干の物理定数を与えることによって、土屋らの理論で十分統一的に表示できることを確認した。

第 3 章においては、単一砂粒の運動機構に基づいて、移動床における飛砂・流砂の流送機構を理論的に考察するとともに、飛砂に関して詳細な実験を行い、流砂に関する従来の実験結果と併せて理論の妥当性を明らかにした。すなわち、砂粒の運動形態とその力学的特性は、砂粒の反発係数の相違と運動砂粒と床面の静止砂粒との交換現象によって、固定床の場合とはかなり相違するが、両現象における saltation の基本的な特性は同じであることを指摘した。ついで、移動床上の飛砂では、砂粒の見かけの反発係数が無次元掃流力の増加に伴って減少することを見出す一方、平衡状態の飛砂・流砂現象は砂粒の運動エネルギーが最大になる場合に生ずると仮定して、saltation 層内における砂粒の運動の配分則を明らかにし、その継続確率を理論的に誘導した。そして、河村の方法に基づく saltation 層の密度分布および運動砂粒による付加応力を考慮した運動量輸送理論に基づいて、saltation 層内における流速分布を理論的に表示したが、これらはいずれも実験結果とよい一致を示した。これらの結果を用いて、いわゆる plane bed を対象とする流体・砂粒系の二相流に対して運動量保存則を適用し、平衡状態の飛砂・流砂量則を理論的に誘導した。この飛砂・流砂量則は砂粒の saltation に関する実験定数を含むが、従来の plane bed における流砂量のみならず、有効掃流力を導入して再整理した dunes の河床形態の場合の流砂量の実験結果ときわめてよく一致することを見出すとともに、著者が新たに考案した測定方法による飛砂量の実験結果とも非常によく一致することがわかり、飛砂・流砂量則を統一的に表示できることを示した。さらに、飛砂量に及ぼす含

水比の影響を砂粒に働く表面張力の効果として取扱い、含水比を含む新しい無次元量を導入した限界掃流力と湿潤砂の飛砂量則の表示を試み、これらがいずれも従来の実験および観測結果とかなり一致することが明らかになった。

第4章においては、第3章の運動量保存則の適用をさらに一般化して、非平衡な流送現象における流体・砂粒系の二相流としての基礎方程式を砂粒の saltation 機構に基づいて理論的に誘導した。そして、流れと砂粒の運動は弱干渉の関係にあるものと仮定して interaction force を導入し、流体・砂粒系の2つの運動方程式に分離して表示するとともに、それぞれの系の連続式を導びいた。この基礎方程式の単純な非平衡状態における解を求め、同一の境界条件で詳細な非平衡飛砂量に関する実験を行って比較した結果、両者はよく一致することを確かめた。このことから、基礎方程式の interaction force の項に含まれる唯一の実験定数について検討して、これが無次元掃流力によって変化せず、実用上定数として取扱うことができることを見出した。以上の飛砂量則の適用例として、白良浜の飛砂による海浜変形機構を平衡および非平衡飛砂量則と海浜変形の連続式とに基づく一次元的な取扱いによって考察した。その結果、計算された全体的な侵食・堆積の傾向は実測結果とよく一致し、また平衡と非平衡飛砂量則による相違はあまり大きくなく、飛砂による海浜変形の計算には、実際上前者を適用してもさしつかえないことがわかった。

第5章においては、従来より数多く発表されてきた流れによる砂面の不安定性に関する理論の基本的な欠かんが、流砂量則の表示に付加的な条件を必要とする点にあることを指摘したのち、第4章で示した流体・砂粒系の基礎方程式を用いて、飛砂・流砂における砂面の不安定性に関する理論を展開した。すなわち、この方程式に摂動法を適用して砂面の微小擾乱の波速に関する特性方程式を誘導し、その数値解および擬似定常近似による解析解を用いて砂面形態の領域区分を行い、従来の実験および観測値と比較検討した結果、つぎのことが明らかになった。すなわち、流砂による河床形態の領域区分は無次元波数と無次元相当砂粒粗度をパラメーターとして、相対水深と無次元掃流力との関係で表示できるが、現状では砂面の抵抗則が十分解明されていないので、無次元相当砂粒粗度を一定とした場合と実験式で表示した場合を対象として計算した結果、近似解では無次元波数の増加に伴って ripples & dunes と anti-dunes の領域が一定値に収束する傾向があることを見出し、また数値解からは下流方向へ伝播する anti-dunes の領域の存在を予測した。一方、飛砂の場合にこの理論を適用するに際して水深のかわりに saltation 層の高さをとることを提案し、これを用いて砂面形態の領域区分を行ったところ、近似解からは anti-dunes は発生しないことがわかった。この理論によれば、飛砂・流砂の砂面形態に及ぼす無次元相当砂粒粗度の影響はかなり大きく、砂粒粗度に関する抵抗則の究明がきわめて重要であるといわなければならない。しかし、無次元波数および無次元相当砂粒粗度の水理量による変化を考慮すれば、河床形態に対してはこの理論が従来の実験結果とよく一致することおよび飛砂における砂面形態に対しては実験および観測結果と比較的一致することを確認することができた。したがって、飛砂・流砂における砂面の不安定性に関する著者の理論は、従来の諸理論のように流砂量則に何ら付加的な条件を必要とせず、流体・砂粒系の基礎方程式に基づいて砂面の不安定性を理論的に検討でき、飛砂・流砂における砂面および河床形態の形成条件と領域区分を明らかにすることができた。

以上、著者は本論文において、飛砂・流砂における砂粒の流送機構の統一理論を試みる立場から、主と

して砂粒の saltation に関する力学的考察に基づいて、砂粒の運動機構と平衡および非平衡状態における砂粒の流送機構を系統的に研究し、飛砂・流砂量則と流体・砂粒系の基礎方程式を誘導するとともに、その応用として、飛砂による海浜変形機構の解析と飛砂・流砂における砂面の不安定性に関する理論を展開して砂面形態の領域区分を提案するなど新しい多くの知見を得た。これらの成果が、今後砂粒の流送に伴う諸現象の解明に適用され、また土砂水理学の体系化に寄与することができるものと信ずる次第である。

最後に、本研究を遂行するにあたり、その全過程にわたり終始一貫して暖かい御指導と御助言を賜った京都大学防災研究所土屋義人教授に深甚なる謝意を表明するとともに、海岸水理学上の諸問題において御教示いただいた京都大学工学部岩垣雄一教授および本研究の実施に当たり御助言と御討議をいただいた京都大学防災研究所村本嘉雄教授に厚く謝意を表す次第である。また、本論文作成にあたり御助力いただいた防災研究所芝野照夫助手ならびに海岸災害および河川災害部門の諸氏に感謝の意を表する。







# 正 誤 表

ページ	行	誤	正
22	図-2.16	$p_0=0\%/sec$	$p_0=0.5\%/sec$
24	6行目	表れる	現れる
42	表-3.1	密度比 $\rho$	密度 $\rho$
50	10行目	式(2.36)式	式(2.36)
51	1行目	図-3.10	図-2.10 および 3.10
56	3行目	$\tau_*$	$\bar{c}_a$
62	式(3.51)	$\{1+\frac{1}{2}(\frac{\rho}{\sigma})\}$	$\{1+\frac{1}{2}(\frac{\rho}{\sigma})\}A_r$
71	式(3.60)	$\chi$	$\kappa$
71	3行目	$l/l'$	$\Delta L/l$
73	図-3.32	$\beta$	$\beta_0$
74	(式(3.72)の下に追加) ただし、上式中の $\psi$ は $\beta_0$ との関係で次式で与えられる。 $\frac{\rho g d^2}{4T} = \frac{2 + \tan \psi - 2 \sec \psi}{(\sec \psi - 1)(1 + \tan \psi - \sec \psi)} \left\{ \frac{1}{\sin \beta_0 + \sin(\psi - \beta_0)} \right\}$		
88	(4行目の下に追加) 2) 流体・砂粒系の連続式		
105	12行目	$\partial U_m / \partial t \ll 1$	$\partial \bar{q}_s / \partial \bar{t} \gg (\bar{q}_s / \bar{U}_m) \partial \bar{U}_m / \partial \bar{t}$

